

PRÁCTICA DE MATEMÁTICAS

Para la prueba N°.1
Bachillerato a tu medida
2017

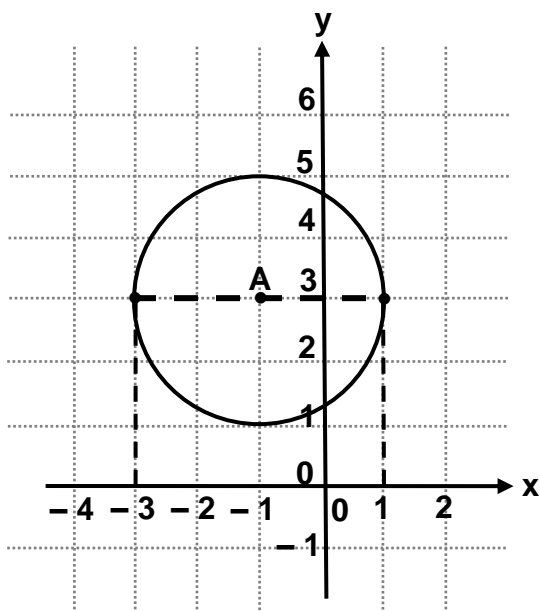
Recomendaciones para realizar la práctica

1. Esta práctica contiene 50 ítems de selección única.
2. Lea cuidadosamente cada uno de los ítems.
3. Resuelva cada ítem y elija una respuesta de las cuatro opciones (A, B, C, D) que se le presentan.
4. Una vez realizada la práctica, revise las respuestas con el solucionario y las recomendaciones que se anexan.
5. Se le sugiere repasar los conocimientos que le presenten mayor dificultad, previo a la realización de la prueba.

- 1) Si $(4, -5)$ es el centro de una circunferencia de radio 2, entonces, ¿cuál es, la ecuación de esa circunferencia?

- A) $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$
 B) $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$
 C) $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$
 D) $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$

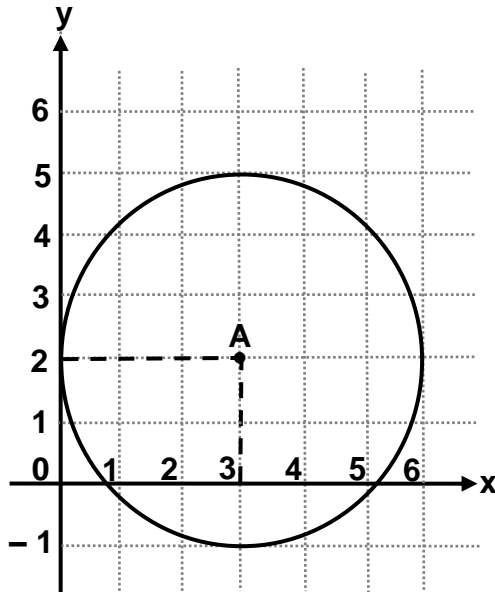
- 2) Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia de centro A:



¿Cuál es la ecuación de la circunferencia?

- A) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$
 B) $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$
 C) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$
 D) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$

- 3) La siguiente representación gráfica, ilustra una circunferencia de centro A:



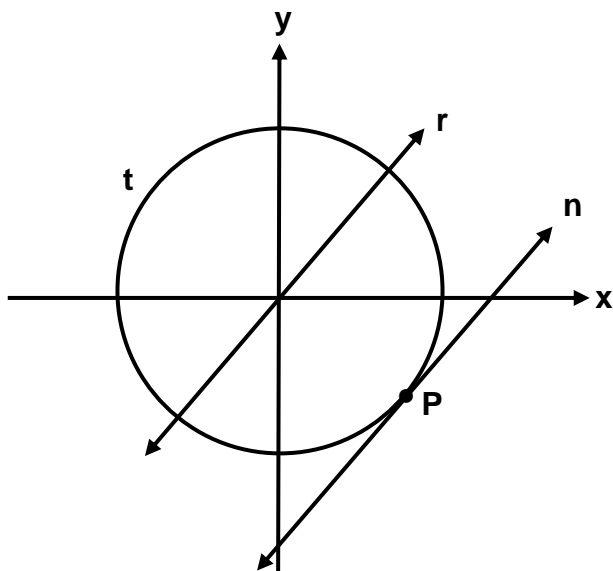
Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- | |
|--|
| <p>I. (5,2) es un punto interior de la circunferencia.</p> <p>II. (1,5) es un punto del exterior de la circunferencia.</p> |
|--|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 4) La siguiente gráfica ilustra una circunferencia “t” y las rectas “n” y “r”:



P es el único punto que comparte “n” con “t”.

Con base en la información anterior analice las siguientes proposiciones:

- I. La recta n es exterior a la circunferencia “t”.**
II. La recta r es secante a la circunferencia “t”.

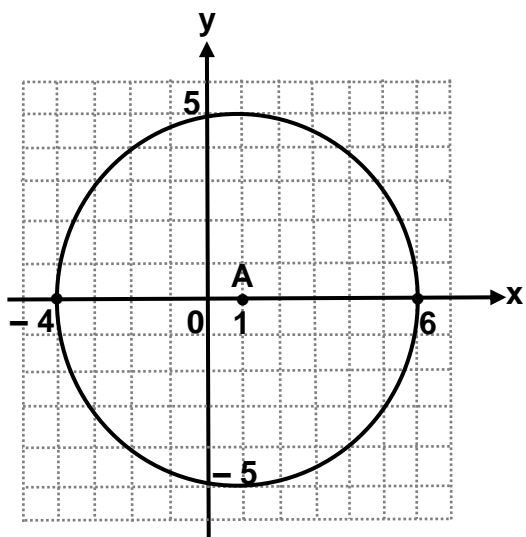
De ellas son verdaderas

- A) ambas.
B) ninguna.
C) solo la I.
D) solo la II.

- 5) Considere las siguientes dos rectas determinadas por: $y = -x$ y $y = 3$
¿Cuál o cuáles de estas rectas son secantes a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 8$?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la recta $y = 3$
- D) Solo la recta $y = -x$

- 6) La siguiente representación gráfica ilustra una circunferencia de centro A:



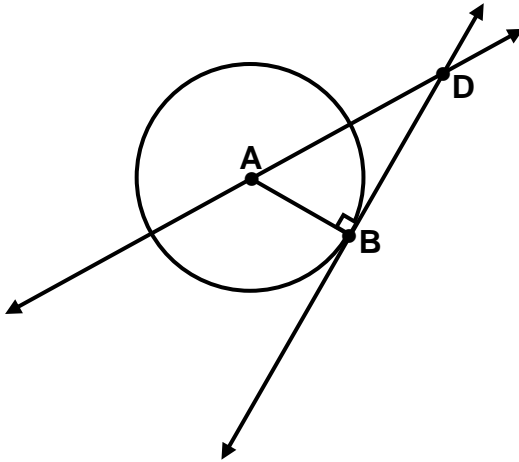
Considere las siguientes rectas:

| | |
|----------------|-------------|
| I. $y = x - 1$ | II. $y = 5$ |
|----------------|-------------|

¿Cuál o cuáles de esas rectas son exteriores a la circunferencia de centro A?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 7) Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro A:



“B” es el único punto que comparte \overleftrightarrow{BD} con la circunferencia. Además tome $AD = x$.

De acuerdo con la información anterior, si $AB = 8$ y $BD = 15$ entonces la distancia de A hasta D corresponde a

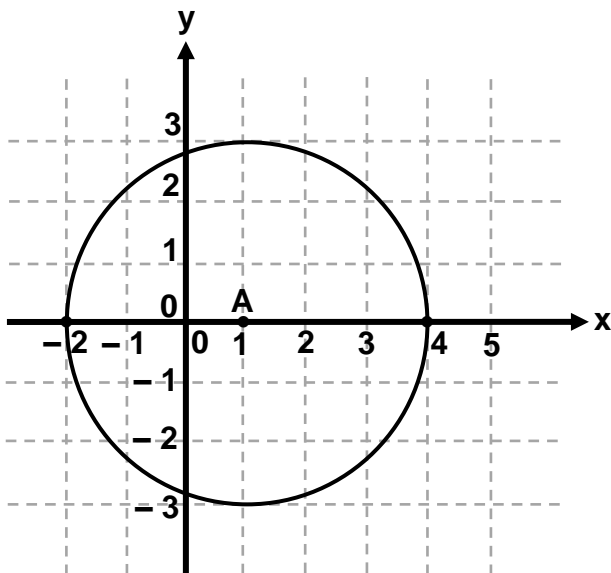
- A) 7
B) 12
C) 17
D) 23
- 8) Considere las siguientes proposiciones, referentes a la circunferencia C dada por $x^2 + (y - 1)^2 = 12$, la cual se trasladó 3 unidades hacia la derecha (paralelo al eje x):

- I. El radio de la circunferencia trasladada es 15.
II. El centro de la circunferencia trasladada corresponde al punto $(-3, -1)$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
B) ninguna.
C) solo la I.
D) solo la II.

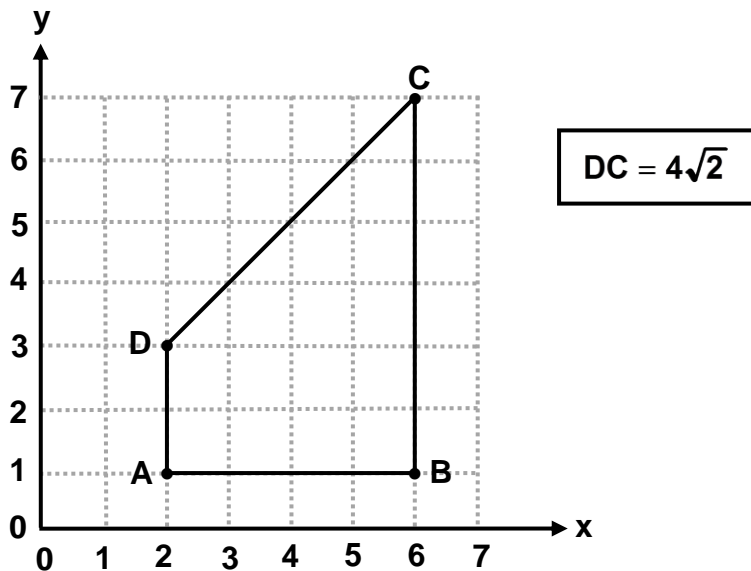
- 9) Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro A, y radio de longitud 3:



Si se traslada la circunferencia, desplazando su centro 1 unidad a la derecha (sobre el eje x) y 3 unidades hacia arriba (paralelo al eje y) entonces, la ecuación de la circunferencia trasladada corresponde a

- A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$
 B) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 D) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$

Considere los datos de la siguiente figura, referentes a un polígono no regular, para contestar las preguntas 10 y 11:



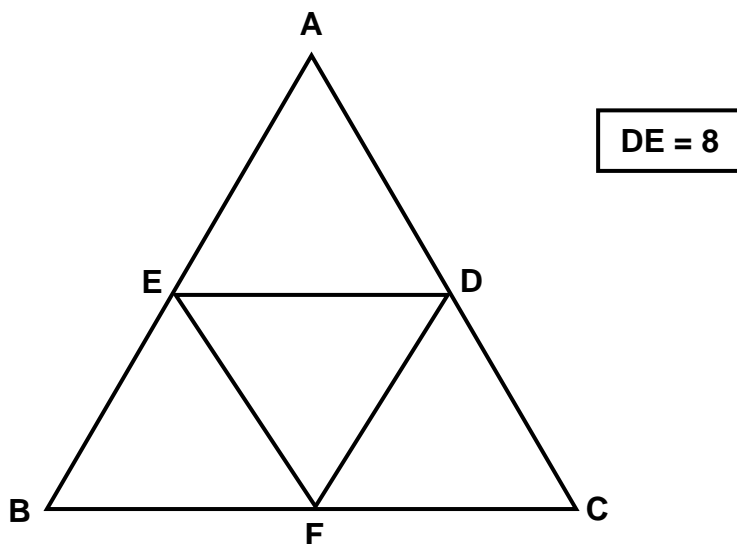
10) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCD?

- A) $10 + 4\sqrt{2}$
- B) $12 + 4\sqrt{2}$
- C) $13 + 4\sqrt{2}$
- D) $16 + 4\sqrt{2}$

11) ¿Cuál es el área del polígono ABCD?

- A) 10
- B) 12
- C) 16
- D) 24

Considere la siguiente figura, en la que se representa el triángulo ABC (formado por cuatro triángulos equiláteros) y la medida de uno de los lados de uno de los triángulos, para contestar las preguntas 12 y 13:



12) ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

- A) 24
- B) 32
- C) 48
- D) 72

13) ¿Cuál es el área del triángulo DEF?

- A) $4\sqrt{3}$
- B) $8\sqrt{3}$
- C) $16\sqrt{3}$
- D) $32\sqrt{3}$

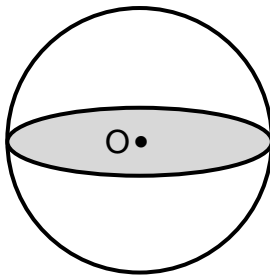
Fórmula del área (A) de un triángulo equilátero cuyo lado mide x:

$$A = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

- 14) Si un ángulo interno de un polígono regular mide 90° y su apotema mide 3, entonces el área de ese polígono corresponde a
- A) 9
 - B) 12
 - C) 24
 - D) 36

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 15 y 16:

La siguiente figura ilustra una esfera de radio 16 y una sección plana producto de la intersección de la superficie esférica con un plano:



O: centro de la esfera y de la sección plana.

- 15) Con base en la información de la figura considere las siguientes proposiciones:

- I. La sección plana de centro O, corresponde a una circunferencia.**
- II. La medida del radio de la esfera es igual a la medida del radio de la sección plana de centro O.**

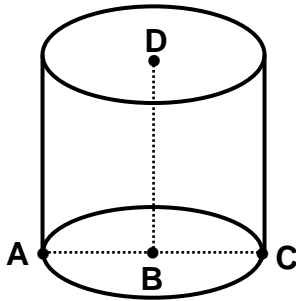
De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 16) La longitud del diámetro de la sección plana de centro O, corresponde a
- A) 4
 - B) 8
 - C) 16
 - D) 32

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 17, 18 y 19:

La siguiente figura ilustra un cilindro circular recto donde $AB = 3$ y $BD = 7$:



A – B – C

D y B: son los centros de las bases del cilindro.

17) ¿Cuál es la longitud de la altura del cilindro?

- A) 3
- B) 6
- C) 7
- D) 10

18) Un segmento que representa el diámetro del cilindro corresponde a

- A) \overline{AB}
- B) \overline{BC}
- C) \overline{BD}
- D) \overline{AC}

- 19) Si el cilindro se interseca con un plano paralelo a sus bases obteniendo una sección plana, entonces, ¿cuál es la longitud de dicha sección plana?
- A) 3π
 - B) 6π
 - C) 9π
 - D) 12π

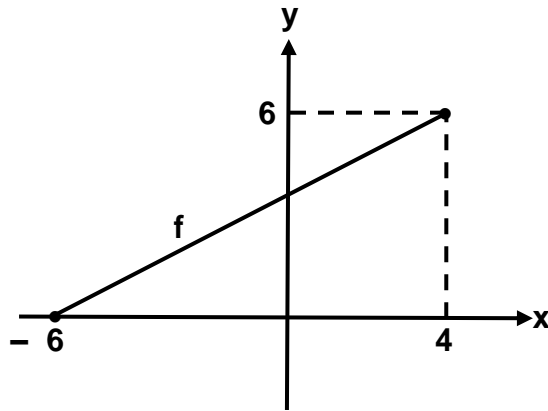
Con base en la siguiente información conteste las preguntas 20 y 21:

Considere las siguientes funciones $f: A \rightarrow B$ y $g: C \rightarrow D$ donde:

- **A es el dominio de f, con $A = [-1, +\infty[$.**
- **B es el ámbito de f, con $B = [0, +\infty[$.**
- **C es el dominio de g, con $C = [-4, 5]$.**
- **D es el ámbito de g, con $D = \mathbb{R}$.**

- 20) Si se desea construir una función “h” cuyo dominio sea $A \cap C$, entonces, dicho dominio, corresponde a
- A) $[-4, 5]$
 - B) $[-1, 5]$
 - C) $[-1, +\infty[$
 - D) $[-4, +\infty[$
- 21) Si se desea construir una función “j” cuyo ámbito sea $B \cup D$, entonces, dicho ámbito, corresponde a
- A) \mathbb{R}
 - B) $\{ \}$
 - C) $[0, +\infty[$
 - D) $] -\infty, 0]$

22) Considere la siguiente gráfica de la función f :



De acuerdo a la gráfica, el dominio de f , corresponde a

- A) $\{x/x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 4\}$
- B) $\{x/x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 6\}$
- C) $\{x/x \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq 4\}$
- D) $\{x/x \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq 6\}$

23) Considere las siguientes representaciones de la relación A y la relación B:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|----|---|---|---|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|
| <p>Representación tabular Relación A</p> | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>-3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>-3</td> </tr> </table> | x | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 5 | y | -3 | -3 | 1 | 2 | 2 | -3 |
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 5 | | | | | | | | | |
| y | -3 | -3 | 1 | 2 | 2 | -3 | | | | | | | | | |
| <p>Representación gráfica Relación B</p> | | | | | | | | | | | | | | | |

Con base en las representaciones de las relaciones considere las siguientes proposiciones:

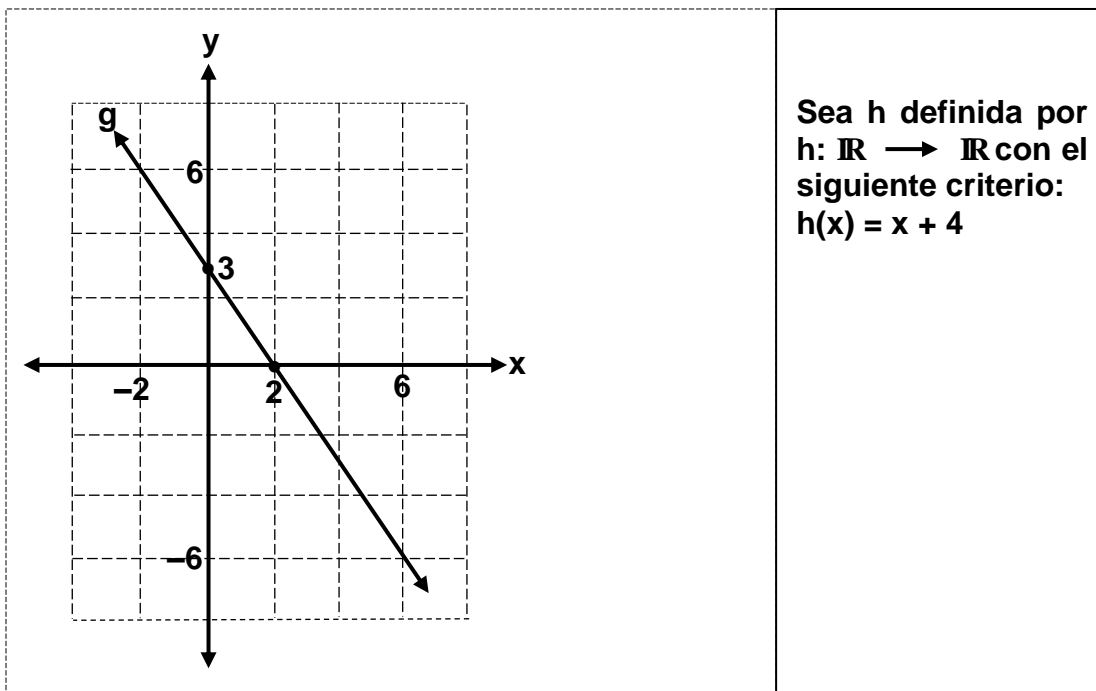
I. La relación A corresponde a una función.

II. La relación B corresponde a una función.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Considere la representación gráfica de la función g y la representación algebraica de la función h para responder las preguntas 24 y 25:



Sea h definida por
 $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con el
 siguiente criterio:
 $h(x) = x + 4$

24) En la función g , la preimagen de 6, corresponde a

- A) 2
- B) 6
- C) -2
- D) -6

25) En la función h , la imagen de -3, corresponde a

- A) 1
- B) 7
- C) -1
- D) -7

- 26) Considere las siguientes proposiciones referidas a las funciones $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x - 1$:

I. $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ II. La gráfica de “g” es decreciente.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 27) Considere la siguiente información:

En un instituto de idiomas, el curso de mandarín básico, contempla 16 sesiones en el cuatrimestre y se cobra ₡10 000 por cada sesión que asista el estudiante.

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

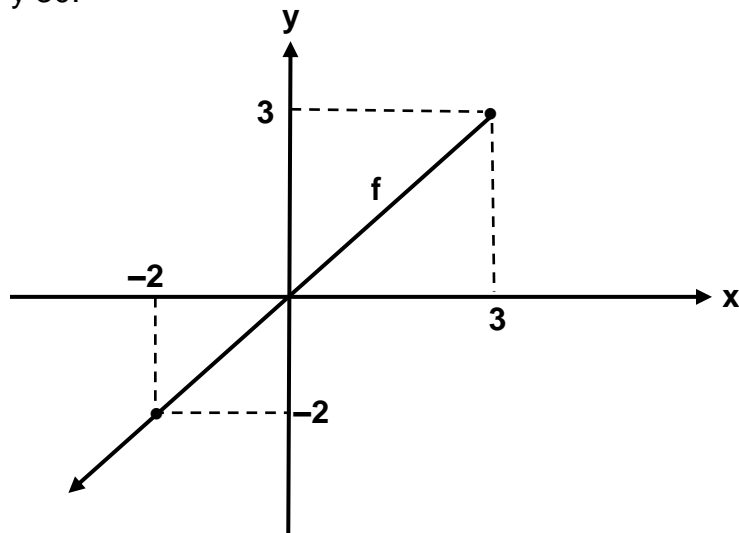
I. **Lo máximo que paga un estudiante que asista a todas las lecciones del curso, es ₡160 000.**

II. **Un criterio que modela la situación descrita está dado por $C(x) = 10\,000x$, donde “C(x)” representa el costo del curso para “x” cantidad de sesiones a que asiste el estudiante durante el cuatrimestre.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Considere la siguiente gráfica de la función f para responder las preguntas 28, 29 y 30:



28) El ámbito de la función f corresponde a

- A) $] -\infty, 3]$
- B) $] -\infty, 2]$
- C) $[-2, 3]$
- D) $[-2, -2]$

29) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La función f es creciente.
- II. La gráfica de f , corta el eje de las x , en el punto $(-1,0)$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

30) El criterio de la función f , corresponde a

- A) $f(x) = x$
- B) $f(x) = -x$
- C) $f(x) = x + 2$
- D) $f(x) = -x + 3$

Considere la función dada por $h(x) = -2x^2 - 4x + 16$, para responder las preguntas 31 y 32:

31) La intersección de la gráfica de h con el eje de las ordenadas (eje y), corresponde a

- A) $(0, 16)$
- B) $(0, 10)$
- C) $(0, -2)$
- D) $(0, -4)$

32) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El 18 es un elemento del dominio de h .
- II. Un intervalo en el que la función h es decreciente corresponde a $[-1, +\infty[$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

33) Considere la siguiente información referente a las funciones f y g :

| | |
|--------------------|------------------------|
| $f(x) = -x^2 + 6x$ | $g(x) = x^2 + 2x - 15$ |
|--------------------|------------------------|

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- | |
|--|
| <p>I. La gráfica de “g” es cóncava hacia abajo.</p> <p>II. El eje de simetría de “f” corresponde a $x = 3$.</p> |
|--|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

34) Considere la siguiente información:

Lucía creó un grupo de WhatsApp con 23 participantes (incluida ella); desde su creación cada semana se incluyen 20 participantes más al grupo. Considere “x” como la cantidad de semanas transcurridas desde la creación del grupo, y p(x) la cantidad de participantes a las “x” semanas de existencia de dicho grupo.

Con base en la información dada, una función que modele la cantidad de participantes del grupo de WhatsApp transcurridas “x” semanas desde su creación, corresponde a

- A) $p(x) = 20x + 23$
- B) $p(x) = 20x - 23$
- C) $p(x) = 20 + 23x$
- D) $p(x) = 20 - 23x$

Considere la siguiente información para contestar las preguntas 35 y 36:

La masa ideal de un ser humano adulto se estima mediante el modelo $m(x) = \frac{3}{4}x - \frac{125}{2}$ donde la masa “m(x)” está dada en kilogramos y la altura del individuo “x” en centímetros.

- 35) ¿Cuál es la masa estimada, en kilogramos, para una persona con 152 cm de altura?
- A) 51,50 kg
 - B) 61,00 kg
 - C) 82,00 kg
 - D) 92,66 kg

- 36) Si la masa ideal estimada de un adulto es de 62 kg, entonces, la estatura en centímetros, de esa persona corresponde a
- A) 83,33 cm
B) 91,00 cm
C) 166,00 cm
D) 182,66 cm
- 37) Si el costo “c” (en dólares) que tiene una empresa, al producir x unidades de cierto producto está dado por $c(x) = 0,2x^2 - 10x + 400$, entonces, ¿cuál es, en dólares, el costo mínimo que tiene esa empresa por la producción de las x unidades?
- A) 25
B) 275
C) 325
D) 400
- 38) Considere la siguiente información:

- Se vendieron 20 bollos entre panes de queso y de ajonjolí.
- El bollo de pan de queso vale ₡550, el de ajonjolí cuesta ₡625 y el ingreso total por la venta fue de ₡11 600.

¿Cuántos bollos de pan de ajonjolí se vendieron?

- A) 7
B) 8
C) 9
D) 10

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 39 y 40:

A continuación se muestran los nombres y sus respectivas edades de un grupo de ocho amigos:

| Ana | Luis | Liz | Raúl | Isabel | María | Pedro | Juan |
|-----|------|-----|------|--------|-------|-------|------|
| 21 | 30 | 23 | 30 | 23 | 30 | 24 | 27 |

39) ¿Cuál es la edad promedio de ese grupo de amigos?

- A) 23
- B) 26
- C) 27
- D) 30

40) Considere las siguientes proposiciones:

- | |
|---|
| <p>I. Un 50% de las edades de esos amigos, es menor que 28 años.</p> <p>II. La edad más común de ese grupo de amigos, es la de 30 años.</p> |
|---|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Considere la siguiente información para responder las preguntas 41 y 42:

En la siguiente tabla se presentan las edades, en años cumplidos, de las 10 personas más jóvenes, por sexo, que han ganado medalla de oro en juegos olímpicos desde que estos iniciaron en el año 1896:

**Los 10 atletas más jóvenes por sexo
que han ganado medalla de oro
en juegos olímpicos**

| Años | Mujeres | Hombres |
|--------------|-----------|-----------|
| 15 | 1 | 0 |
| 16 | 2 | 0 |
| 17 | 4 | 2 |
| 18 | 3 | 5 |
| 19 | 0 | 3 |
| Total | 10 | 10 |

41) ¿Cuál es el promedio de edad de las mujeres?

- A) 16,5
- B) 16,9
- C) 17,3
- D) 18,1

42) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La edad, más común, de estos atletas varones es de 18 años.
- II. El atleta con menor edad que ha ganado una medalla es una mujer.

De ellas son verdaderas

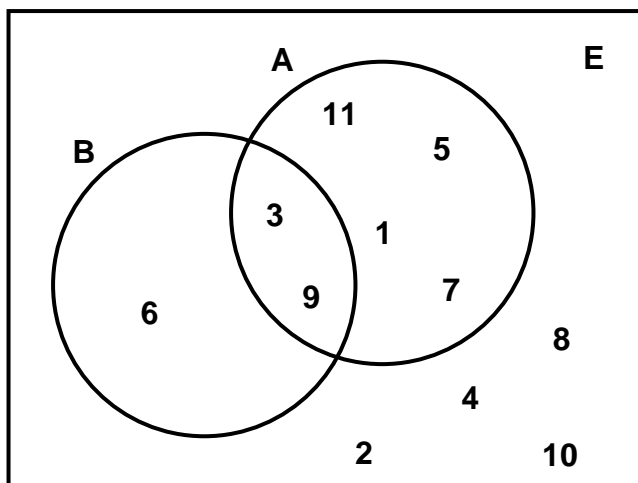
- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 43, 44 y 45:

Sea el espacio muestral E dado por $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$, el cual corresponde a los puntos muestrales de un experimento aleatorio y para él se definen los siguientes eventos:

- A: los números impares
- B: los números múltiplos de 3

Además, la relación entre los dos eventos se representa en el siguiente diagrama:



43) Si se elige al azar un número de E entonces, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número impar y múltiplo de 3?

- A) $\frac{2}{7}$
- B) $\frac{4}{7}$
- C) $\frac{2}{11}$
- D) $\frac{7}{11}$

44) Si se elige al azar un número de E entonces, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número múltiplo de 3 o que sea un número impar?

A) $\frac{4}{11}$

B) $\frac{5}{11}$

C) $\frac{7}{11}$

D) $\frac{11}{11}$

45) Si se elige al azar un número de E entonces, ¿cuál es la probabilidad de que ese número no corresponda a un número impar?

A) $\frac{1}{7}$

B) $\frac{6}{7}$

C) $\frac{5}{11}$

D) $\frac{1}{11}$

- 46) En un jardín de niños hay 3 balones: uno rojo, uno azul y uno blanco. Al momento de los juegos se elige uno de esos balones al azar.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de que no se elija el balón azul, es igual que la probabilidad del complemento del evento “elegir el balón azul”.**
- II. La probabilidad de elegir un balón rojo o blanco, es igual a la probabilidad de elegir un balón rojo, más la probabilidad de elegir un balón blanco.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
B) ninguna.
C) solo la I.
D) solo la II.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 47 y 48:

- 47) Considere un dado de 6 caras, de modo que, cada una de ellas tiene impreso un número del uno al seis (no se repite ningún número) y donde todas las caras tienen la misma probabilidad de obtenerse.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Al lanzar una vez ese dado, la probabilidad de obtener un número menor que seis, es igual que la probabilidad del complemento del evento “obtener el número seis”.**
- II. Al lanzar una vez ese dado, la probabilidad de obtener un número par mayor que tres, es igual que la probabilidad de obtener el cuatro, más la probabilidad de obtener el seis.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
B) ninguna.
C) solo la I.
D) solo la II.

48) Si se lanza el dado una vez, entonces, ¿cuál es la probabilidad de obtener un cuatro o un cinco?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{2}{6}$

C) $\frac{4}{6}$

D) $\frac{5}{6}$

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 49 y 50:

En un grupo de un colegio vocacional hay 12 hombres y 17 mujeres. Cinco hombres eligieron la especialidad de informática y los demás mecánica automotriz; mientras que ocho mujeres eligieron la especialidad de mecánica automotriz y las demás informática.

49) Si se elige del grupo una persona al azar, entonces, la probabilidad de que sea una mujer de informática u hombre de mecánica automotriz, corresponde a

A) $\frac{13}{29}$

B) $\frac{14}{29}$

C) $\frac{15}{29}$

D) $\frac{16}{29}$

- 50) Con base en el contexto dado, considere las siguientes proposiciones referidas a elegir una persona al azar del grupo:

- | |
|---|
| <p>I. La probabilidad del evento “elegir un hombre o una mujer” es cero.</p> <p>II. La probabilidad del evento “elegir una mujer de mecánica automotriz o de informática” es uno.</p> |
|---|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

ANEXO

A continuación encontrará:

- Tabla de Valores de las Funciones Trigonómicas.
- Fórmulas Matemáticas.
- Prueba resuelta con explicaciones.

TABLA DE VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

| GRADOS | SENO | COSENO | TANGENTE | GRADOS | SENO | COSENO | TANGENTE |
|--------|--------|--------|----------|--------|--------|--------|----------|
| 0 | 0,0000 | 1,0000 | 0,0000 | 46 | 0,7193 | 0,6947 | 1,0355 |
| 1 | 0,0175 | 0,9998 | 0,0175 | 47 | 0,7314 | 0,6820 | 1,0724 |
| 2 | 0,0349 | 0,9994 | 0,0349 | 48 | 0,7431 | 0,6691 | 1,1106 |
| 3 | 0,0523 | 0,9986 | 0,0524 | 49 | 0,7547 | 0,6561 | 1,1504 |
| 4 | 0,0698 | 0,9976 | 0,0699 | 50 | 0,7660 | 0,6428 | 1,1918 |
| 5 | 0,0872 | 0,9962 | 0,0875 | 51 | 0,7771 | 0,6293 | 1,2349 |
| 6 | 0,1045 | 0,9945 | 0,1051 | 52 | 0,7880 | 0,6157 | 1,2799 |
| 7 | 0,1219 | 0,9925 | 0,1228 | 53 | 0,7986 | 0,6018 | 1,3270 |
| 8 | 0,1392 | 0,9903 | 0,1405 | 54 | 0,8090 | 0,5878 | 1,3764 |
| 9 | 0,1564 | 0,9877 | 0,1584 | 55 | 0,8192 | 0,5736 | 1,4281 |
| 10 | 0,1736 | 0,9848 | 0,1763 | 56 | 0,8290 | 0,5592 | 1,4826 |
| 11 | 0,1908 | 0,9816 | 0,1944 | 57 | 0,8387 | 0,5446 | 1,5399 |
| 12 | 0,2079 | 0,9781 | 0,2126 | 58 | 0,8480 | 0,5299 | 1,6003 |
| 13 | 0,2250 | 0,9744 | 0,2309 | 59 | 0,8572 | 0,5150 | 1,6643 |
| 14 | 0,2419 | 0,9703 | 0,2493 | 60 | 0,8660 | 0,5000 | 1,7321 |
| 15 | 0,2588 | 0,9659 | 0,2679 | 61 | 0,8746 | 0,4848 | 1,8040 |
| 16 | 0,2756 | 0,9613 | 0,2867 | 62 | 0,8829 | 0,4695 | 1,8807 |
| 17 | 0,2924 | 0,9563 | 0,3057 | 63 | 0,8910 | 0,4540 | 1,9626 |
| 18 | 0,3090 | 0,9511 | 0,3249 | 64 | 0,8988 | 0,4384 | 2,0503 |
| 19 | 0,3256 | 0,9455 | 0,3443 | 65 | 0,9063 | 0,4226 | 2,1445 |
| 20 | 0,3420 | 0,9397 | 0,3640 | 66 | 0,9135 | 0,4067 | 2,2460 |
| 21 | 0,3584 | 0,9336 | 0,3839 | 67 | 0,9205 | 0,3907 | 2,3559 |
| 22 | 0,3746 | 0,9272 | 0,4040 | 68 | 0,9272 | 0,3746 | 2,4751 |
| 23 | 0,3907 | 0,9205 | 0,4245 | 69 | 0,9336 | 0,3584 | 2,6051 |
| 24 | 0,4067 | 0,9135 | 0,4452 | 70 | 0,9397 | 0,3420 | 2,7475 |
| 25 | 0,4226 | 0,9063 | 0,4663 | 71 | 0,9455 | 0,3256 | 2,9042 |
| 26 | 0,4384 | 0,8988 | 0,4877 | 72 | 0,9511 | 0,3090 | 3,0777 |
| 27 | 0,4540 | 0,8910 | 0,5095 | 73 | 0,9563 | 0,2924 | 3,2709 |
| 28 | 0,4695 | 0,8829 | 0,5317 | 74 | 0,9613 | 0,2756 | 3,4874 |
| 29 | 0,4848 | 0,8746 | 0,5543 | 75 | 0,9659 | 0,2588 | 3,7321 |
| 30 | 0,5000 | 0,8660 | 0,5774 | 76 | 0,9703 | 0,2419 | 4,0108 |
| 31 | 0,5150 | 0,8572 | 0,6009 | 77 | 0,9744 | 0,2250 | 4,3315 |
| 32 | 0,5299 | 0,8480 | 0,6249 | 78 | 0,9781 | 0,2079 | 4,7046 |
| 33 | 0,5446 | 0,8387 | 0,6494 | 79 | 0,9816 | 0,1908 | 5,1446 |
| 34 | 0,5592 | 0,8290 | 0,6745 | 80 | 0,9848 | 0,1736 | 5,6713 |
| 35 | 0,5736 | 0,8192 | 0,7002 | 81 | 0,9877 | 0,1564 | 6,3138 |
| 36 | 0,5878 | 0,8090 | 0,7265 | 82 | 0,9903 | 0,1392 | 7,1154 |
| 37 | 0,6018 | 0,7986 | 0,7536 | 83 | 0,9925 | 0,1219 | 8,1443 |
| 38 | 0,6157 | 0,7880 | 0,7813 | 84 | 0,9945 | 0,1045 | 9,5144 |
| 39 | 0,6293 | 0,7771 | 0,8098 | 85 | 0,9962 | 0,0872 | 11,4301 |
| 40 | 0,6428 | 0,7660 | 0,8391 | 86 | 0,9976 | 0,0698 | 14,3007 |
| 41 | 0,6561 | 0,7547 | 0,8693 | 87 | 0,9986 | 0,0523 | 19,0811 |
| 42 | 0,6691 | 0,7431 | 0,9004 | 88 | 0,9994 | 0,0349 | 28,6363 |
| 43 | 0,6820 | 0,7314 | 0,9325 | 89 | 0,9998 | 0,0175 | 57,2900 |
| 44 | 0,6947 | 0,7193 | 0,9657 | 90 | 1,0000 | 0,0000 | ----- |
| 45 | 0,7071 | 0,7071 | 1,0000 | | | | |

| SÍMBOLOS | | | |
|-----------|--|---------------------------|--|
| | es paralela a | \overleftrightarrow{AB} | recta que contiene los puntos A y B |
| ⊥ | es perpendicular a | \overrightarrow{AB} | rayo de origen A y que contiene el punto B |
| ∠ | ángulo | \overline{AB} | segmento de extremos A y B |
| Δ | triángulo o discriminante | AB | medida del segmento \overline{AB} |
| ~ | es semejante a | ≅ | es congruente con |
| ∀ | para todo | ⇒ | implica que |
| □ | cuadrilátero | \widehat{AB} | arco (menor) de extremos A y B |
| A – E – C | el punto E está entre A y C (los puntos A, E y C son colineales) | \widehat{ABC} | arco (mayor) de extremos A y C y que contiene el punto B |
| | | A^c | Complemento del conjunto A |

| FÓRMULAS | |
|--|--|
| Fórmula de Herón (s : semiperímetro, a, b y c son las medidas de los lados del triángulo) | $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ |
| Probabilidad de la unión (eventos A y B) | $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ |
| Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes | $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ |
| Probabilidad del complemento | $P(A^c) = 1 - P(A)$ |
| Ecuación de la circunferencia con centro en C(a,b) y radio r. | $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ |
| Distancia "d" entre dos puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ | $d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ |
| Coefficiente de variación (C_v) | $C_v = \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$ |
| Posición relativa (P_r) de un dato | $P_r = \frac{\text{Dato} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$ |

| Polígonos regulares | |
|---|---|
| Suma de las medidas de los ángulos internos s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono | $s = 180^\circ(n - 2)$ |
| Medida de un ángulo interno i: ángulo interno n: número de lados del polígono | $m \angle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$ |
| Medida del ángulo central n: número de lados del polígono, c: ángulo central | $m \angle c = \frac{360^\circ}{n}$ |
| Medida de un ángulo externo n: número de lados del polígono e: ángulo externo | $m \angle e = \frac{360^\circ}{n}$ |
| Número de diagonales D: número de diagonales n: número de lados del polígono | $D = \frac{n(n - 3)}{2}$ |
| Área P: perímetro, a: apotema | $A = \frac{P \cdot a}{2}$ |

| Simbología | Triángulo equilátero | Cuadrado | Hexágono regular |
|------------|---|------------------------------|---------------------------|
| r radio | $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ $a = \frac{h}{3}$ | $\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$ | $a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$ |
| d diagonal | | | |
| a apotema | | | |
| ℓ lado | | | |
| h altura | | | |

| ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS | |
|-----------------------------|-----------------------|
| Figura | Área total |
| Cubo | $A_T = 6a^2$ |
| Pirámide | $A_T = A_B + A_L$ |
| Prisma | $A_T = A_B + A_L$ |
| Esfera | $A_T = 4\pi r^2$ |
| Cono (circular recto) | $A_T = \pi r(r + g)$ |
| Cilindro (circular recto) | $A_T = 2\pi r(r + h)$ |

| Simbología | | | |
|-------------------------|-----------|----------------------|--------------------|
| h: altura | a: arista | A_L : área lateral | g: generatriz |
| A_b : área de la base | r: radio | A_B : área basal | A_T : área total |

PRÁCTICA RESUELTA DE MATEMÁTICAS

Para la prueba N°.1
Bachillerato a tu medida
2017

1) Si $(4, -5)$ es el centro de una circunferencia de radio 2, entonces, ¿cuál es, la ecuación de esa circunferencia?

A) $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$

B) $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$

C) $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$

D) $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$

Opción correcta: A

Explicación:

Ecuación de la circunferencia de centro (h, k) y radio r

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

El centro es $(4, -5)$ donde $h = 4$, $k = -5$ y $r = 2$.

En la fórmula sustituyendo:

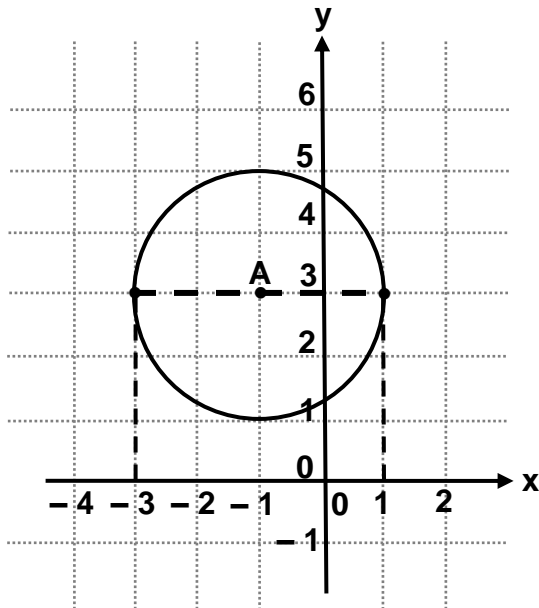
$$(x - 4)^2 + (y - -5)^2 = 2^2$$

$$(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$$

Nota:

Nótese que los signos menos en la fórmula implican cambio de signo en los valores dados del centro.

2) Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia de centro A:



¿Cuál es la ecuación de la circunferencia?

- A) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$
- B) $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$
- C) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$
- D) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Opción correcta: D

Explicación:

De la representación:

- Se determina el centro: $(-1, 3)$
- Se deduce el radio por conteo de espacios a partir del centro hacia arriba o abajo o hacia los lados hasta tocar un punto de la circunferencia por lo tanto radio: 2

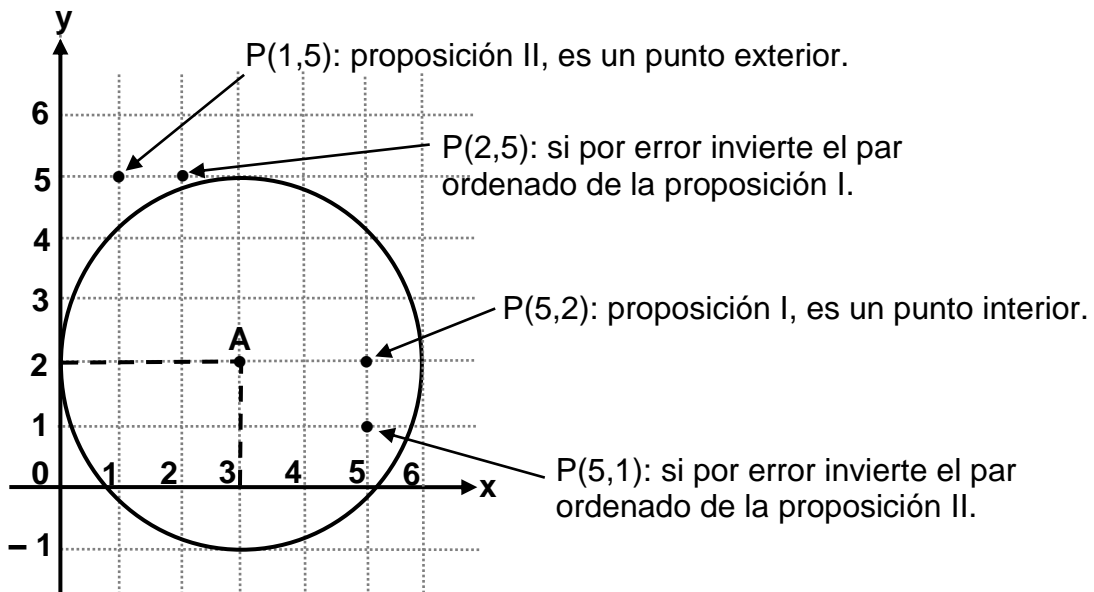
Por ecuación:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - (-1))^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

3) La siguiente representación gráfica, ilustra una circunferencia de centro A:



Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- | |
|--|
| <p>I. (5,2) es un punto interior de la circunferencia.</p> <p>II. (1,5) es un punto del exterior de la circunferencia.</p> |
|--|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

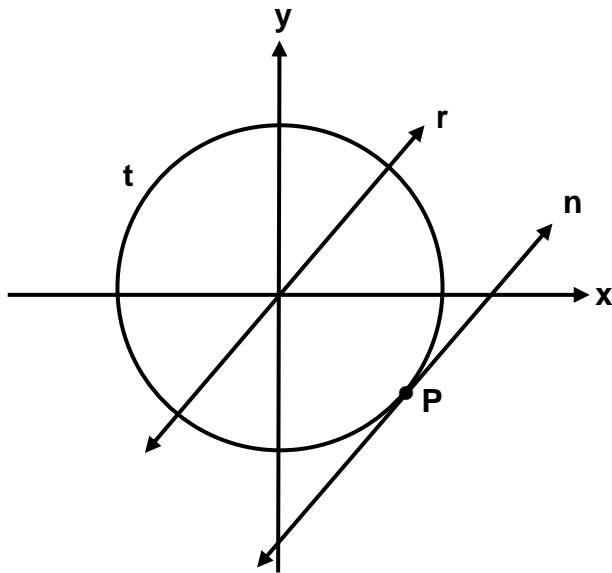
Explicación:

Tomar los puntos dados y ubicarlos en la gráfica recordando el concepto de par ordenado $(x, y) \rightarrow$ primera coordenada x , segunda coordenada y .

Note que:

- I. (5, 2) es interno pero si por error se invierten las coordenadas entonces el otro punto estaría formado por (2, 5) y este sería externo.
- II. (1, 5) es externo, pero si por error se invierte obteniendo (5, 1), entonces, sería otro punto y este se ubicaría en el interior.

4) La siguiente gráfica ilustra una circunferencia “t” y las rectas “n” y “r”:



P es el único punto que comparte “n” con “t”.

Con base en la información anterior analice las siguientes proposiciones:

- I. La recta n es exterior a la circunferencia “t”.**
- II. La recta r es secante a la circunferencia “t”.**

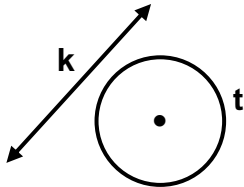
De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

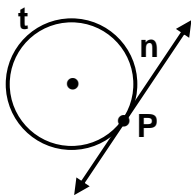
Opción correcta: D

Explicación:

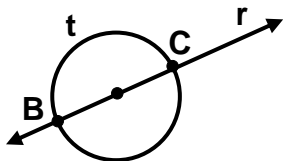
Para que una recta sea exterior a una circunferencia, esta no debe intersectar a esa circunferencia (por ejemplo si "dibujamos" una recta "k" de esa forma, esta no interseca a la circunferencia t).



Para que una recta sea tangente a una circunferencia deben intersectarse entre sí en un único punto (el punto "p" es el único que comparte la recta "n" con la circunferencia).



Para que una recta sea secante a una circunferencia deben intersectarse entre sí en dos puntos (los puntos B y C pertenecen a la recta "r" y a la circunferencia "t").



Dado lo anterior, se deduce que I es falsa y II es verdadera.

- 5) Considere las siguientes dos rectas determinadas por: $y = -x$ y $y = 3$
 ¿Cuál o cuáles de estas rectas son secantes a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 8$?
- A) Ambas
 - B) Ninguna
 - C) Solo la recta $y = 3$
 - D) Solo la recta $y = -x$

Opción correcta: D

Explicación:

Sustituir “y” por “-x” en $x^2 + y^2 = 8$ y resolver la ecuación:

$$x^2 + (-x)^2 = 8$$

$$x^2 + x^2 = 8$$

$$2x^2 = 8$$

$$2x^2 - 8 = 0 \longrightarrow \text{ecuación cuadrática}$$

Se obtiene el discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$a = 2 \quad b = 0 \quad c = -8$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-8)$$

$$\Delta = 64$$

Como $\Delta > 0$ entonces existen dos intersecciones por lo que la recta es secante a la circunferencia.

De forma análoga, se sustituye y por 3

$$x^2 + (3)^2 = 8$$

$$x^2 + 9 - 8 = 0$$

$$x^2 + 1 = 0$$

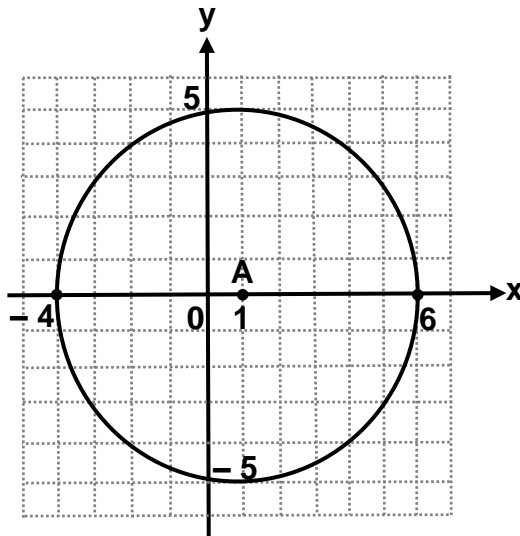
$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1)$$

$$\Delta = -4$$

Como $\Delta < 0$ entonces no existen intersecciones, por lo que la recta es exterior a la circunferencia.

6) La siguiente representación gráfica ilustra una circunferencia de centro A:



Considere las siguientes rectas:

| | | | |
|----|-------------|-----|---------|
| I. | $y = x - 1$ | II. | $y = 5$ |
|----|-------------|-----|---------|

¿Cuál o cuáles de esas rectas son exteriores a la circunferencia de centro A?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

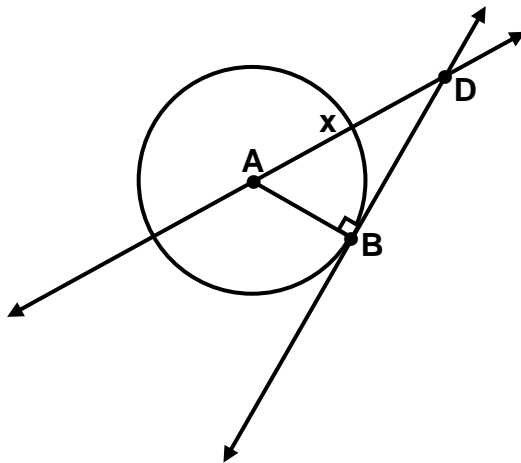
Opción correcta: B

Explicación:

Para la proposición I la recta $y = x - 1$, la recta interseca al eje "y" en $(0, -1)$ que al ser un punto interior, hace que toda recta que pase por él obligatoriamente toca dos puntos de la circunferencia y por eso, la recta es secante (se recomienda graficar para comprobar lo dicho).

Para la proposición II la recta $y = 5$ es paralela al eje x, interseca al eje "y" en $(0, 5)$ o interseca a la circunferencia en $(1, 5)$ por lo tanto es una recta tangente (se recomienda graficar para visualizar lo dicho).

7) Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro A:



“B” es el único punto que comparte \overleftrightarrow{BD} con la circunferencia. Además tome $AD = x$.

De acuerdo con la información anterior, si $AB = 8$ y $BD = 15$ entonces la distancia de A hasta D corresponde a

- A) 7
- B) 12
- C) 17
- D) 23

Opción correcta: C

Explicación:

Se utiliza el teorema de Pitágoras debido a que $\triangle ABD$ es un triángulo rectángulo, donde “x” es la longitud de AD, y AB, BD son catetos, entonces,

$$x^2 = 8^2 + 15^2$$

$$x^2 = 64 + 225$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{289}$$

$$x = 17$$

Otra opción, pero menos recomendable:

Recordar ternas pitagóricas:

- 3, 4, 5
- 6, 8, 10
- 5, 12, 13
- 8, 15, 17

- 8) Considere las siguientes proposiciones, referentes a la circunferencia C dada por $x^2 + (y - 1)^2 = 12$, la cual se trasladó 3 unidades hacia la derecha (paralelo al eje x):

- I. El radio de la circunferencia trasladada es 15.
- II. El centro de la circunferencia trasladada corresponde al punto $(-3, -1)$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: B

Explicación:

Note que: $x^2 + (y - 1)^2 = 12$, es equivalente a decir $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = 12$, luego:

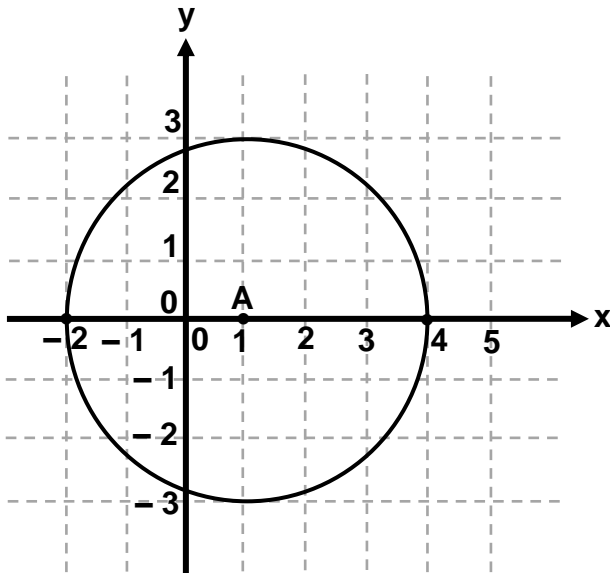
- I. Al trasladar una circunferencia varía su posición, pero no su radio, por ello, la proposición "I" es falsa.
- II. Tenemos el centro $(0,1)$, lo trasladamos 3 unidades a la derecha en "x" y 0 unidades en "y" (no hubo movimiento) y se obtiene $(0+3,1+0) = (3,1)$ que corresponde a $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 12$: de aquí se deduce que el centro es $(3, 1)$.

Nótese: que no hay cambio en "y" porque no se movió hacia arriba o hacia abajo.

Nota:

Si el centro $(0,1)$ se trasladara 3 a la izquierda sobre el "eje x" y 4 hacia arriba sobre el "eje y" se obtendría $(0 - 3, 1+4) = (-3,5)$. La ecuación sería $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 12$.

- 9) Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro A, y radio de longitud 3:



Si se traslada la circunferencia, desplazando su centro 1 unidad a la derecha (sobre el eje x) y 3 unidades hacia arriba (paralelo al eje y) entonces, la ecuación de la circunferencia trasladada corresponde a

- A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$
- B) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
- C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
- D) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$

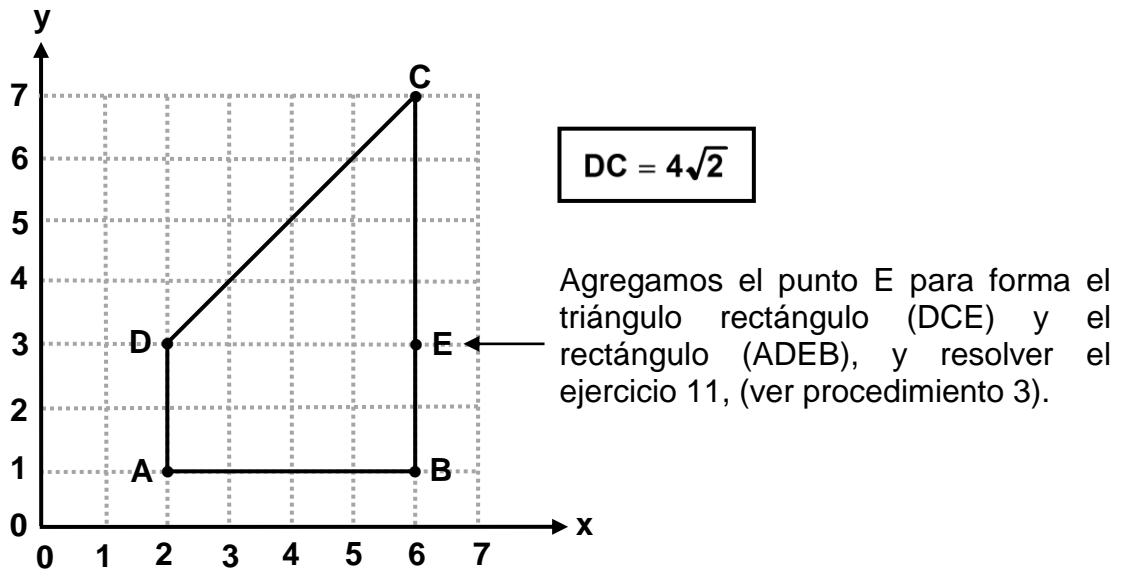
Opción correcta: C

Explicación:

Note que: la ecuación original (antes del traslado) tiene la forma $(x - 1)^2 + (y - 0)^2 = 9$, es decir, el centro original es (1, 0). Luego: iniciamos el análisis a partir del punto A(1, 0) (centro de la circunferencia) y de ahí; se traslada el centro, una unidad a la derecha y tres unidades hacia arriba: de la siguiente manera, $(x - 1 - 1)^2 + (y - 0 - 3)^2 = 9$, esto es finalmente $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

En resumen, el nuevo centro es (2, 3) y la ecuación sería $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

Considere los datos de la siguiente figura, referentes a un polígono no regular, para contestar las preguntas 10 y 11:



10) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCD?

- A) $10 + 4\sqrt{2}$
- B) $12 + 4\sqrt{2}$
- C) $13 + 4\sqrt{2}$
- D) $16 + 4\sqrt{2}$

Opción correcta: B

Explicación:

En la gráfica dada contar los espacios de A hasta B, de B hasta C y de D hasta A. Se tendría entonces:

AB = 4, BC = 6, DA = 2 y DC = $4\sqrt{2}$ (ya la daban) entonces el perímetro (suma de las medidas de los lados) del polígono ABCD es $4 + 6 + 2 + 4\sqrt{2} = 12 + 4\sqrt{2}$.

Recuerde que no se puede sumar 12 con el 4 de la $\sqrt{2}$.

11) ¿Cuál es el área del polígono ABCD?

A) 10

B) 12

C) 16

D) 24

Opción correcta: A

Explicación:

Forma 1:

Tomando el polígono ABCD como un trapecio rectángulo, cuyas bases son BC y AD, y cuya altura es AB por fórmula del área del trapecio se tiene que:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

B: Base mayor

$$A = \frac{(6 + 2) \cdot 4}{2}$$

b: Base menor

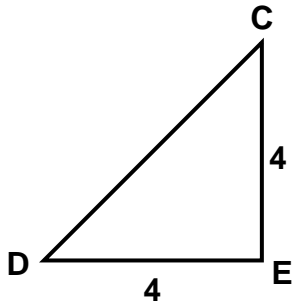
$$A = 16$$

Forma 2: por conteo de cuadros

Al contar los cuadrados exactos posibles de encontrar en dicha figura se obtienen 14 cuadrados enteros y cuatro mitades que conforman 2 cuadrados más. Por lo tanto $14 + 2 = 16$

Forma 3:

La figura se puede dividir en un rectángulo y en un triángulo rectángulo.

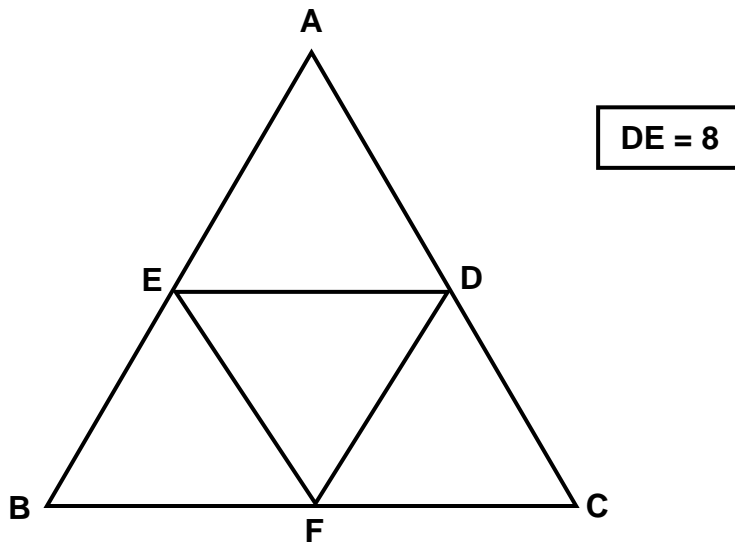


$$A_{\triangle DEC} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$

$$A_{\square ABED} = 4 \cdot 2 = 8$$

Por lo tanto el área del polígono ABCD es $8 + 8 = 16$.

Considere la siguiente figura, en la que se representa el triángulo ABC (formado por cuatro triángulos equiláteros) y la medida de uno de los lados de uno de los triángulos, para contestar las preguntas 12 y 13:



12) ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

- A) 24
- B) 32
- C) 48
- D) 72

Opción correcta: C

Explicación:

Al ser Δ equiláteros, y $DE = 8$ entonces $DE = EF = DF$ por lo que $AB = BC = AC = 16$ entonces el perímetro de $\Delta ABC = 16 \cdot 3 = 48$

13) ¿Cuál es el área del triángulo DEF?

A) $4\sqrt{3}$

B) $8\sqrt{3}$

C) $16\sqrt{3}$

D) $32\sqrt{3}$

Fórmula del área (A) de un triángulo equilateral cuyo lado mide x:

$$A = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Opción correcta: C

Explicación:

Se aplica la fórmula indicada en el recuadro donde x representa la longitud de un lado del $\triangle DEF$.

Sustituyendo "x" por 8 se tiene:

$$A = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$A = 8^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$A = 64 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{64\sqrt{3}}{4}$$

$$A = 16\sqrt{3}$$

- 14) Si un ángulo interno de un polígono regular mide 90° y su apotema mide 3, entonces el área de ese polígono corresponde a
- A) 9
 - B) 12
 - C) 24
 - D) 36

Opción correcta: D

Explicación:

Opción 1:

El único polígono regular cuyo ángulo interno es 90° es el cuadrado. El lado " ℓ " de un cuadrado es el doble de la apotema. Si 3 es la medida de la apotema entonces, $\ell = 6$. El área del cuadrado es $A = \ell^2$ o simplemente $A = \ell \cdot \ell$ y así las cosas, $A = 6 \cdot 6 = 36$.

Opción 2:

Otra forma (para cualquier polígono)

Por fórmula de la medida de un ángulo interno (esta fórmula viene en la prueba):

$m \angle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$ y como $\angle i = 90^\circ$, entonces, se iguala y despejamos:

$$90^\circ = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$$

$$90^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$90^\circ n - 180^\circ n = -360^\circ$$

$$-90^\circ n = -360^\circ$$

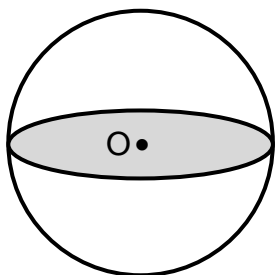
$$90^\circ n = 360^\circ$$

$$n = \frac{360^\circ}{90^\circ}, \text{ (n: es la cantidad de lados del polígono)}$$

$n = 4$: el polígono es un cuadrado y como su apotema es 3, entonces, el lado es 6. Aplicamos la fórmula del área del cuadrado: $A = \ell^2 = 6^2 = 36$.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 15 y 16:

La siguiente figura ilustra una esfera de radio 16 y una sección plana producto de la intersección de la superficie esférica con un plano:



O: centro de la esfera y de la sección plana.

15) Con base en la información de la figura considere las siguientes proposiciones:

- I. La sección plana de centro O, corresponde a una circunferencia.**
- II. La medida del radio de la esfera es igual a la medida del radio de la sección plana de centro O.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

Explicación:

Aprender conceptos

En más de un punto:

- La sección plana que se forma al intersecarse un plano y una superficie esférica, es una circunferencia.
- Si el plano “pasa” por el centro de la esfera, entonces, la sección plana que se forma corresponde a una circunferencia máxima y el radio de la esfera y el radio de la sección plana son congruentes entre sí (“de igual medida”).

16) La longitud del diámetro de la sección plana de centro O, corresponde a

- A) 4
- B) 8
- C) 16
- D) 32

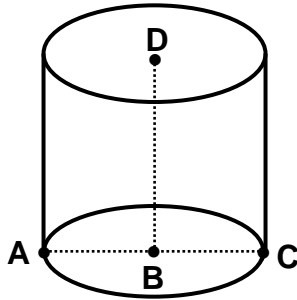
Opción correcta: D

Explicación:

Definición: el diámetro de una circunferencia mide el doble del radio.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 17, 18 y 19:

La siguiente figura ilustra un cilindro circular recto donde $AB = 3$ y $BD = 7$:



A – B – C
D y B: son los centros de las bases del cilindro.

17) ¿Cuál es la longitud de la altura del cilindro?

- A) 3
- B) 6
- C) 7
- D) 10

Opción correcta: C

Explicación:

Recordar que la longitud de la altura de un cilindro es la distancia entre las bases.

18) Un segmento que representa el diámetro del cilindro corresponde a

A) \overline{AB}

B) \overline{BC}

C) \overline{BD}

D) \overline{AC}

Opción correcta D.

Explicación:

El diámetro es la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia, en este caso el segmento \overline{AC} representa un diámetro de una de las bases del cilindro circular recto.

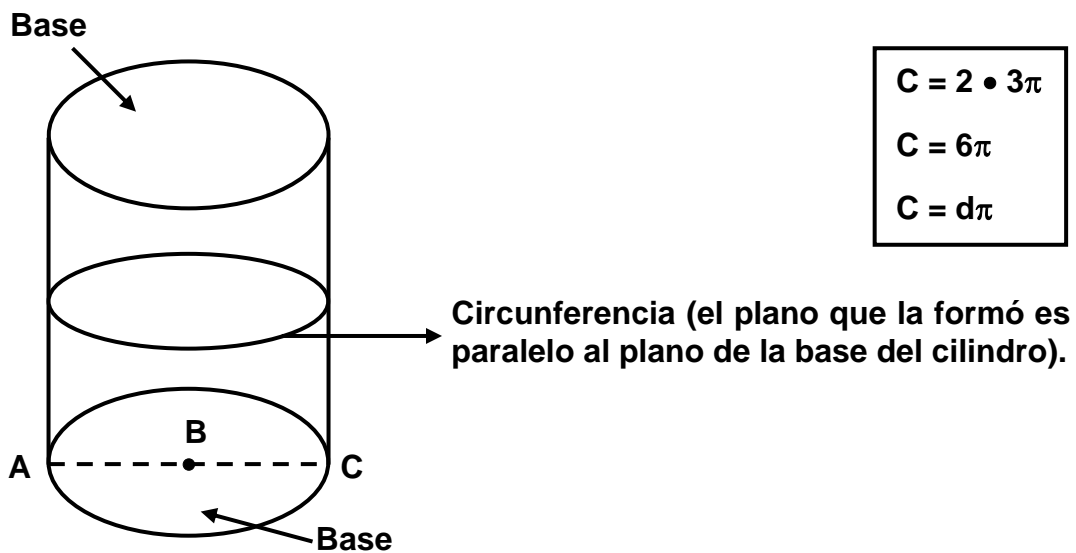
- 19) Si el cilindro se interseca con un plano paralelo a sus bases obteniendo una sección plana, entonces, ¿cuál es la longitud de dicha sección plana?
- A) 3π
 - B) 6π
 - C) 9π
 - D) 12π

Opción correcta: B

Explicación:

La sección plana entre un cilindro circular recto y un plano paralelo a sus bases es una circunferencia.

La fórmula de la longitud de la circunferencia es $C = 2r\pi$.



Note que la medida del radio es $AB = BC = 3$, por lo tanto la medida del diámetro es $AC = 6$.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 20 y 21:

Considere las siguientes funciones $f: A \rightarrow B$ y $g: C \rightarrow D$ donde:

- A es el dominio de f , con $A = [-1, +\infty[$.
- B es el ámbito de f , con $B = [0, +\infty[$.
- C es el dominio de g , con $C = [-4, 5]$.
- D es el ámbito de g , con $D = \mathbb{R}$

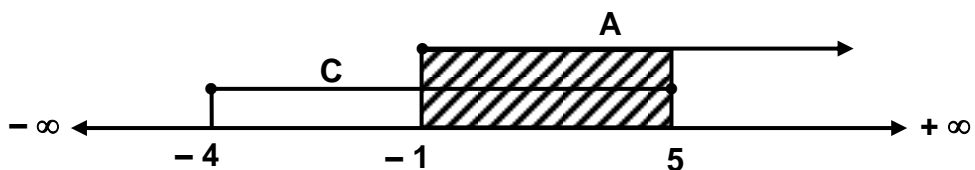
20) Si se desea construir una función "h" cuyo dominio sea $A \cap C$, entonces, dicho dominio, corresponde a

- A) $[-4, 5]$
- B) $[-1, 5]$
- C) $[-1, +\infty[$
- D) $[-4, +\infty[$

Opción correcta: B

Explicación:

Se representan de manera gráfica los intervalos:



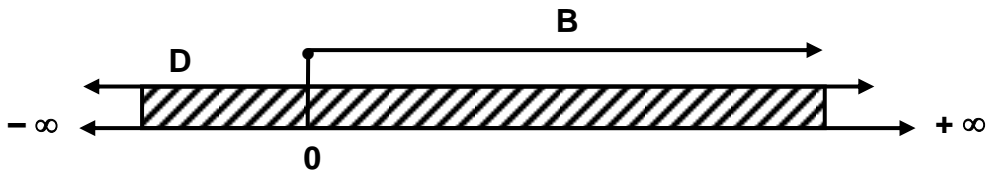
El conjunto formado por los elementos en común (zona rayada), es la intersección de A con C entonces: $A \cap C = [-1, 5]$

- 21) Si se desea construir una función “j” cuyo ámbito sea $B \cup D$, entonces, dicho ámbito, corresponde a
- A) \mathbb{R}
 - B) $\{ \}$
 - C) $[0, +\infty [$
 - D) $] -\infty, 0]$

Opción correcta: A

Explicación:

Se representan de manera gráfica los intervalos:

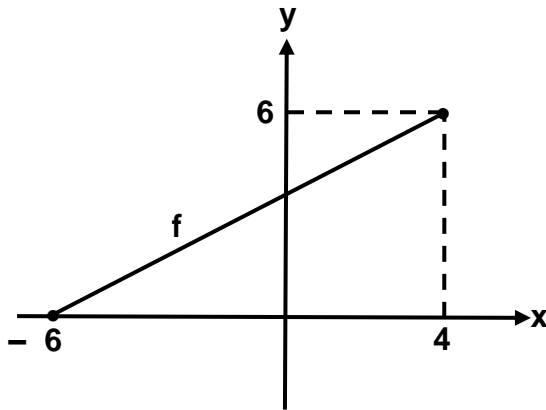


El conjunto formado por todos los elementos que pertenezcan a B y D es la unión, entonces $B \cup D = \mathbb{R}$.

Nota:

En caso de repetición de elementos en ambos conjuntos, se toma cada uno de ellos una única vez.

22) Considere la siguiente gráfica de la función f:



De acuerdo a la gráfica, el dominio de f, corresponde a

- A) $\{x/x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 4\}$
- B) $\{x/x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 6\}$
- C) $\{x/x \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq 4\}$
- D) $\{x/x \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq 6\}$

Opción correcta: C

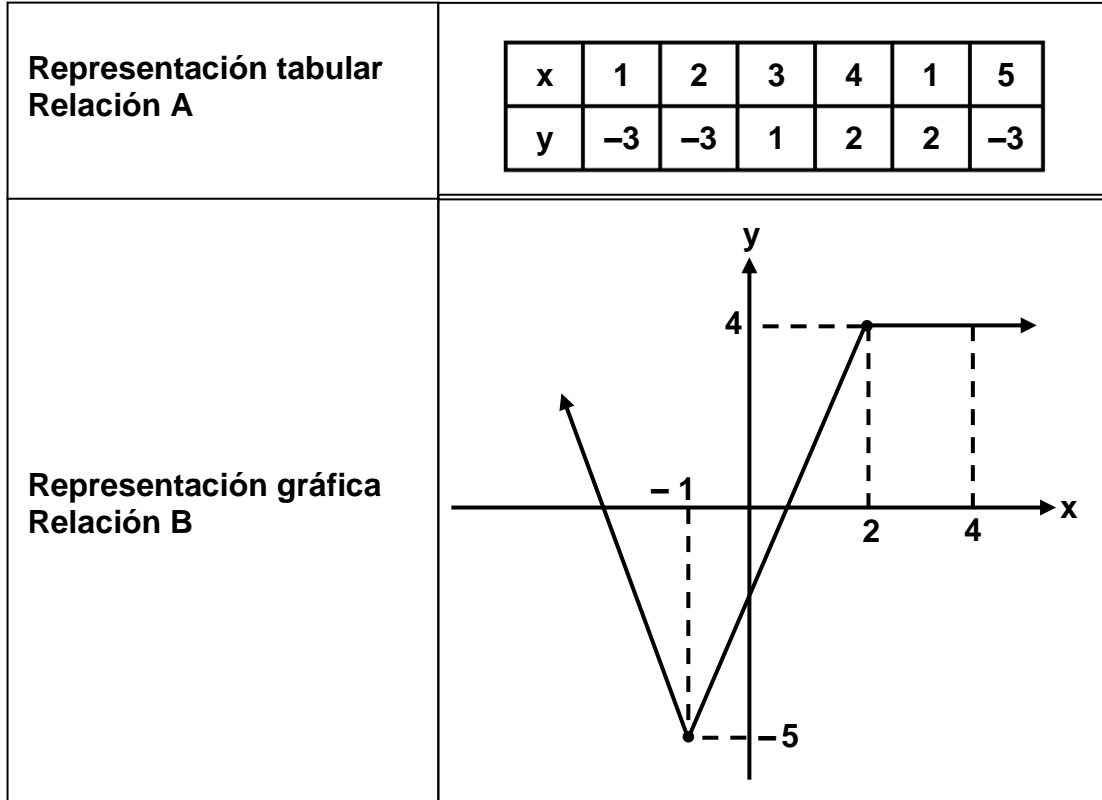
Explicación:

El dominio se obtiene de izquierda a derecha sobre el eje x, por ello el dominio de f corresponde a $[-6, 4]$ y la equivalencia por comprensión es: $\{x / x \in \mathbb{R}; -6 \leq x \leq 4\}$.

Recuerde

| Intervalos | Comprensión | Gráfica |
|----------------|---|---------|
| $[a, b]$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ | |
| $]a, b[$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$ | |
| $]a, b]$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$ | |
| $[a, b[$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$ | |
| $[a, +\infty[$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$ | |
| $]a, +\infty[$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; x > a\}$ | |
| $]-\infty, a]$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; x \leq a\}$ | |
| $]-\infty, a[$ | $\{x / x \in \mathbb{R}; x < a\}$ | |

23) Considere las siguientes representaciones de la relación A y la relación B:



Con base en las representaciones de las relaciones considere las siguientes proposiciones:

- I. La relación A corresponde a una función.
- II. La relación B corresponde a una función.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: D

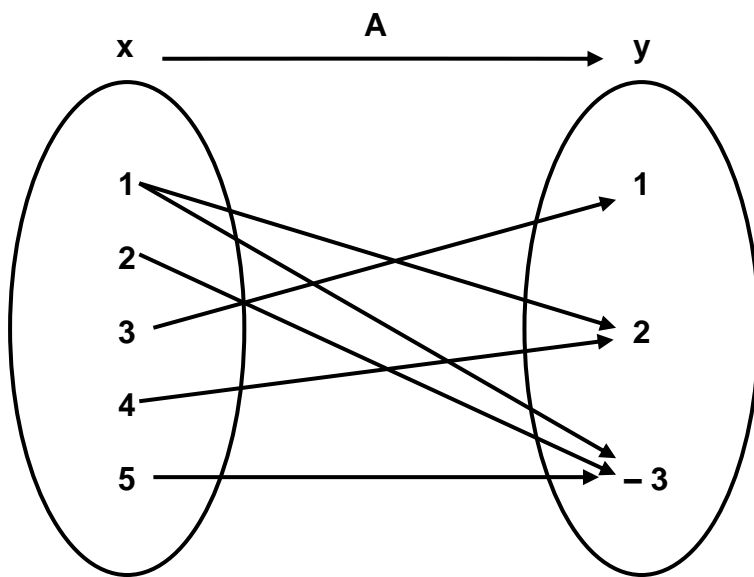
Explicación:

Definición de función: una función es una asociación entre dos conjuntos A y B no vacíos, mediante el cual todo elemento de A se asocia con un único elemento en B.

- I. Falsa: pues la preimagen 1 se asocia a dos imágenes lo cual incumple la definición de función.
- II. Verdadera: pues todos los elementos de "x" se asocian una única vez con los elementos de "y".

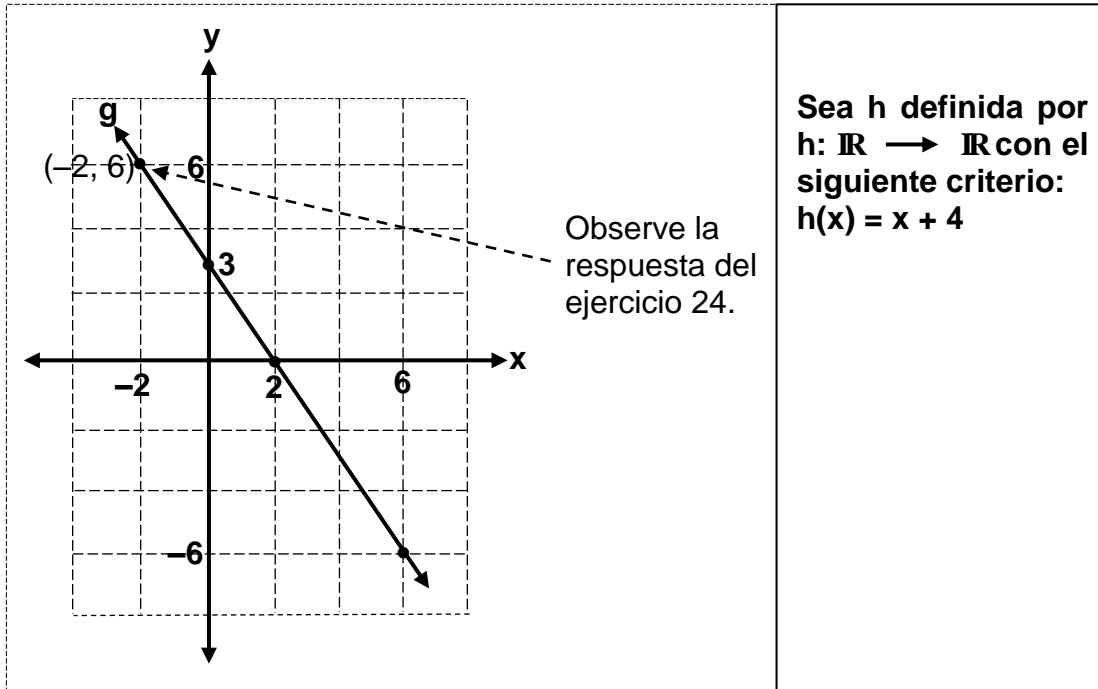
Visualmente: La relación A en un diagrama.

El elemento que se repite en la tabla de la proposición I, lo ponemos solo una vez.



Note que: la preimagen 1 está asociada a las imágenes 2 y -3, por ello, no es función.

Considere la representación gráfica de la función g y la representación algebraica de la función h para responder las preguntas 24 y 25:



24) En la función g , la preimagen de 6, corresponde a

- A) 2
- B) 6
- C) -2
- D) -6

Opción correcta C:

Explicación:

Si se pregunta por la preimagen de 6, entonces, 6 es una imagen, por lo tanto se posiciona en 6 en el eje "y" y se observa con qué valor de x se asocia en el sistema de coordenadas rectangulares.

25) En la función h , la imagen de -3 , corresponde a

A) 1

B) 7

C) -1

D) -7

Opción correcta: A

Explicación:

Si se solicita la imagen de -3 , es porque -3 es una preimagen y hay que sustituir -3 por "x", en la función $h(x) = x + 4$, entonces,

$$h(-3) = -3 + 4$$

$$h(-3) = 1$$

- 26) Considere las siguientes proposiciones referidas a las funciones $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x - 1$:

| | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| I. $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ | II. La gráfica de “g” es decreciente. |
|--------------------------------------|---------------------------------------|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: C

Explicación:

- I. La función f está definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} , y la función g está definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} , entonces,

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (x + 1) - 1 = x$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (x - 1) + 1 = x$$

Por lo tanto $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$

Nota:

Ver programa de estudios, pág. 421, punto 9.

- II. La gráfica de g es decreciente

Como g es de la forma $g(x) = ax + b$, y $a = 1 > 0$, se concluye que g es creciente. Considere que $g(x) = x - 1$, $a = 1$, pues al no apreciarse “nada” acompañando a la “ x ”, se sobre entiende que hay un uno, y uno es mayor que cero, por ello, g es creciente).

Recuerde:

- Si $a = 0$, es constante
- Si $a < 0$, es decreciente
- Si $a > 0$, es creciente

27) Considere la siguiente información:

En un instituto de idiomas, el curso de mandarín básico, contempla 16 sesiones en el cuatrimestre y se cobra ₡10 000 por cada sesión que asista el estudiante.

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. Lo máximo que paga un estudiante que asista a todas las lecciones del curso, es ₡160 000.**
- II. Un criterio que modela la situación descrita está dado por $C(x) = 10\,000x$, donde “ $C(x)$ ” representa el costo del curso para “ x ” cantidad de sesiones a que asiste el estudiante durante el cuatrimestre.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

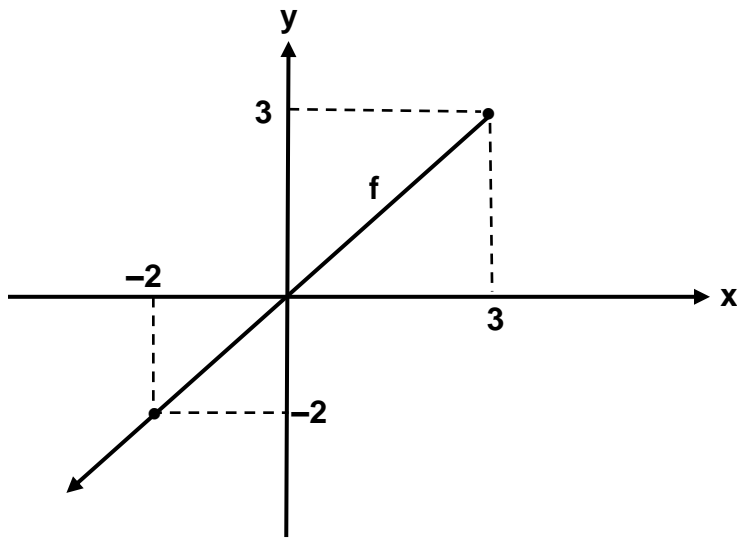
Explicación:

- I. Si un estudiante asiste a las 16 sesiones y por cada una paga ₡10 000 entonces lo más que pagaría es: $16 \cdot 10\,000 = 160\,000$, por lo tanto la proposición I es verdadera.
- II. Tomando en cuenta lo anterior, si se toma x como la cantidad de lecciones a las que asiste un alumno se tendría:

| | | | | |
|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------|
| x | 1 | 2 | 3 | ... |
| C(x) | 10 000 | 20 000 | 30 000 | |

Por lo que $C(x)$ sería multiplicar 10 000 por el total de clases entonces II es verdadera.

Considere la siguiente gráfica de la función f para responder las preguntas 28, 29 y 30:



28) El ámbito de la función f corresponde a

- A) $] -\infty, 3]$
- B) $] -\infty, 2]$
- C) $[-2, 3]$
- D) $[-2, -2]$

Opción correcta: A

Explicación:

El ámbito se obtiene de abajo hacia arriba en el "eje y ".

Nótese que no hay un valor mínimo por lo que tiende al menos infinito $(-\infty)$. No obstante, existe un valor máximo (3), por ello, el ámbito "A" de f es

$$A =] -\infty, 3]$$

29) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La función f es creciente.
- II. La gráfica de f , corta el eje de las x , en el punto $(-1,0)$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: C

Explicación:

Note que $f(3) = 3$ y $f(-2) = -2$ como $3 > -2$ y $f(3) > f(-2)$ entonces la función es creciente. La proposición I es verdadera.

La proposición II es falsa porque la gráfica de f muestra que la intersección del eje x es $(0, 0)$, recuerde que esto significa que $x = 0$ y $y = 0$.

Recomendación:

Estudiar la definición de creciente y decreciente en funciones.

30) El criterio de la función f, corresponde a

A) $f(x) = x$

B) $f(x) = -x$

C) $f(x) = x + 2$

D) $f(x) = -x + 3$

Opción correcta: A

Explicación:

Se toman dos puntos de la gráfica. Por ejemplo: $(-2, -2)$ y $(3, 3)$ entonces se determina la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{3 - (-2)} = \frac{5}{5} = 1$$

Ahora tome $(3,3)$ y sustituya en $b = y - mx$, luego nos queda $b = 3 - 1(3)$

$b = 3 - 3 = 0$. Por consiguiente el criterio de función lineal f, es $f(x) = x$.

Considere la función dada por $h(x) = -2x^2 - 4x + 16$, para responder las preguntas 31 y 32:

31) La intersección de la gráfica de h con el eje de las ordenadas (eje y), corresponde a

- A) $(0, 16)$
- B) $(0, 10)$
- C) $(0, -2)$
- D) $(0, -4)$

Opción correcta: A

Explicación:

$$\begin{array}{ccc} -2 & -4 & 16 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

Para la función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, la intersección con el eje y es el punto $(0, c)$, es decir cuando $x = 0$, $y = c = 16$; por lo tanto, el punto de intersección de la gráfica de “ h ” con el eje y es $(0, 16)$.

32) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El 18 es un elemento del dominio de h .
- II. Un intervalo en el que la función h es decreciente corresponde a $[-1, +\infty[$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

Explicación:

- I. El dominio de f es \mathbb{R} , por tanto 18 pertenece a \mathbb{R} . Eso es verdadero.
- II. La función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$, es cóncava hacia abajo si $a < 0$, en este caso, se cumple porque $a = -2$ y $-2 < 0$. Al obtener el eje de simetría $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(-2)} = -1$ entonces la función decrece con el intervalo $[-1, +\infty[$, la cual es verdadera.

33) Considere la siguiente información referente a las funciones f y g :

| | |
|--------------------|------------------------|
| $f(x) = -x^2 + 6x$ | $g(x) = x^2 + 2x - 15$ |
|--------------------|------------------------|

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

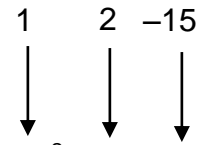
- | |
|--|
| <p>I. La gráfica de “g” es cóncava hacia abajo.</p> <p>II. El eje de simetría de “f” corresponde a $x = 3$.</p> |
|--|

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

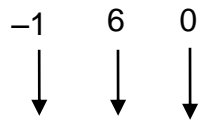
Opción correcta: D

Explicación:



- I. En la función cuadrática cuyo criterio tiene la forma $g(x) = ax^2 + bx + c$: con $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$. Si $a < 0$ entonces la función es cóncava hacia abajo, si $a > 0$ la gráfica de la función es cóncava hacia arriba.

En la función g , $a = 1$ y $1 > 0$, por lo que la proposición I es falsa.



- II. $f(x) = ax^2 + bx + c$:

El eje de simetría se obtiene mediante la fórmula $x = \frac{-b}{2a}$, en la función f ;

$b = 6$, $a = -1$ sustituyendo en $x = \frac{-6}{2(-1)}$ obtenemos que $x = 3$ por lo que la proposición II es verdadera.

34) Considere la siguiente información:

Lucía creó un grupo de WhatsApp con 23 participantes (incluida ella); desde su creación cada semana se incluyen 20 participantes más al grupo. Considere “x” como la cantidad de semanas transcurridas desde la creación del grupo, y p(x) la cantidad de participantes a las “x” semanas de existencia de dicho grupo.

Con base en la información dada, una función que modele la cantidad de participantes del grupo de WhatsApp transcurridas “x” semanas desde su creación, corresponde a

- A) $p(x) = 20x + 23$
- B) $p(x) = 20x - 23$
- C) $p(x) = 20 + 23x$
- D) $p(x) = 20 - 23x$

Opción correcta: A

Explicación:

Sea x la cantidad de semanas de existencia del grupo y p(x) la cantidad de participantes, se hace una relación tabular:

| | | | | |
|-------------|-----------|-----------------------------|----------------------------------|------------|
| X | 0 | 1 | 2 | ... |
| p(x) | 23 | 23 + 20 43 | 23 + 20 + 20 63 | ... |

Nótese que cada semana se aumentan 20 personas pero se inició con 23, entonces p(x) sería las 23 personas que iniciaron más la cantidad aumentada en 20 cada semana por lo tanto: $p(x) = 20x + 23$.

Considere la siguiente información para contestar las preguntas 35 y 36:

La masa ideal de un ser humano adulto se estima mediante el modelo $m(x) = \frac{3}{4}x - \frac{125}{2}$ donde la masa "m(x)" está dada en kilogramos y la altura del individuo "x" en centímetros.

- 35) ¿Cuál es la masa estimada, en kilogramos, para una persona con 152 cm de altura?
- A) 51,50 kg
 - B) 61,00 kg
 - C) 82,00 kg
 - D) 92,66 kg

Opción correcta: A

Explicación:

152 cm corresponde a una altura, entonces $x = 152$. Entonces, sustituyendo x por 152 en $m(x) = \frac{3}{4}x - \frac{125}{2}$ se procede así:

$$m(152) = \frac{3}{4} \cdot 152 - \frac{125}{2}$$

$$m(152) = 51,50 \text{ kg}$$

36) Si la masa ideal estimada de un adulto es de 62 kg, entonces, la estatura en centímetros, de esa persona corresponde a

- A) 83,33 cm
- B) 91,00 cm
- C) 166,00 cm
- D) 182,66 cm

Opción correcta: C

Explicación:

Puesto que $m(x) = 62$ entonces se sustituye en el modelo y se determina "x" (estatura en cm)

$$m(x) = \frac{3}{4}x - \frac{125}{2}$$

$$62 = \frac{3}{4}x - \frac{125}{2}$$

$$62 + \frac{125}{2} = \frac{3}{4}x$$

$$\frac{249}{2} = \frac{3}{4}x$$

$$\frac{249}{2} \div \frac{3}{4} = x$$

$$166,00 \text{ cm} = x$$

- 37) Si el costo “c” (en dólares) que tiene una empresa, al producir x unidades de cierto producto está dado por $c(x) = 0,2x^2 - 10x + 400$, entonces, ¿cuál es, en dólares, el costo mínimo que tiene esa empresa por la producción de las x unidades?
- A) 25
 - B) 275
 - C) 325
 - D) 400

Opción correcta: B

Explicación:

Note que la gráfica de la función cuadrática es cóncava hacia arriba pues $a = 0,2$ y $0,2 > 0$ (por otro lado tenemos también que $b = -10$ y $c = 400$). Además, el costo mínimo se obtiene con la coordenada “y” del vértice definido como $\frac{-\Delta}{4a}$, donde Δ es el discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$; de tal forma que $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 0,2 \cdot 400 = -220$

Por lo tanto, el costo mínimo es:

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(-220)}{4 \cdot 0,2} = 275$$

Otra forma:

Determinar la coordenada x del vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-10)}{2 \cdot 0,2} = 25$ luego se sustituye x en C(x) para obtener el costo mínimo.

$$C(x) = 0,2x^2 - 10x + 400$$

$$C(25) = 0,2(25)^2 - 10(25) + 400$$

$$C(25) = 275$$

38) Considere la siguiente información:

- Se vendieron 20 bollos entre panes de queso y de ajonjolí.
- El bollo de pan de queso vale ₡550, el de ajonjolí cuesta ₡625 y el ingreso total por la venta fue de ₡11 600.

¿Cuántos bollos de pan de ajonjolí se vendieron?

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 10

Opción correcta: B

Explicación:

Sea x : cantidad de bollos de pan de queso, y : cantidad de bollos de pan de ajonjolí.
20: cantidad de bollos de ambos panes vendidos entonces: $x + y = 20$ (paso 1)

Luego: sea $550 \cdot x$ (el precio del pan de queso multiplicado por la cantidad de panes de queso): ingreso obtenido por la venta de los bollos de pan de queso.

$625 \cdot y$ (el precio del pan de ajonjolí multiplicado por la cantidad de panes de ajonjolí): ingreso obtenido por la venta de los bollos de pan de ajonjolí.

11600: ingresos total de las ventas de ambos tipos de panes.

$550x + 625y = 11600$ (paso 2) (Note que no es necesario poner el punto de multiplicación)

Despejando "x" en (1) se obtiene:

$$x + y = 20$$

$$x = 20 - y \text{ (paso 3)}$$

Sustituyendo paso 3 en paso 2

$$550x + 625y = 11600$$

$$550(20 - y) + 625y = 11600 \text{ (en vez de la } x \text{ ponemos } 20 - y)$$

$$11000 - 550y + 625y = 11600 \text{ (se multiplica lo del paréntesis)}$$

$$75y = 11600 - 11000$$

$$75y = 600$$

$$y = \frac{600}{75} = 8$$

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 39 y 40:

A continuación se muestran los nombres y sus respectivas edades de un grupo de ocho amigos:

| Ana | Luis | Liz | Raúl | Isabel | María | Pedro | Juan |
|-----|------|-----|------|--------|-------|-------|------|
| 21 | 30 | 23 | 30 | 23 | 30 | 24 | 27 |

39) ¿Cuál es la edad promedio de ese grupo de amigos?

- A) 23
- B) 26
- C) 27
- D) 30

Opción correcta: B

Explicación:

El promedio de edad se obtiene como la suma de todas las edades entre el número total de personas (8), por tanto:

$$\bar{X} = \frac{21+30+23+30+23+30+24+27}{8}$$

$$\bar{X} = \frac{208}{8}$$

$$\bar{X} = 26$$

40) Considere las siguientes proposiciones:

- I. **Un 50% de las edades de esos amigos, es menor que 28 años.**
- II. **La edad más común de ese grupo de amigos, es la de 30 años.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: D

Explicación:

- I. Observe que hay 5 personas de 8 con edades menores a 28 años, por lo tanto es más del 50%. Por ello, la opción I es falsa.
- II. La edad más común es 30 porque tiene la mayor frecuencia (30 es la edad que más se repite; tres veces). Por lo tanto la opción II es verdadera.

Considere la siguiente información para responder las preguntas 41 y 42:

En la siguiente tabla se presentan las edades, en años cumplidos, de las 10 personas más jóvenes, por sexo, que han ganado medalla de oro en juegos olímpicos desde que estos iniciaron en el año 1896:

**Los 10 atletas más jóvenes por sexo
que han ganado medalla de oro
en juegos olímpicos**

| Años | Mujeres | Hombres |
|--------------|-----------|-----------|
| 15 | 1 | 0 |
| 16 | 2 | 0 |
| 17 | 4 | 2 |
| 18 | 3 | 5 |
| 19 | 0 | 3 |
| Total | 10 | 10 |

$$\bar{X} = \frac{15 \cdot 1 + 16 \cdot 2 + 17 \cdot 4 + 18 \cdot 3 + 19 \cdot 0}{10}$$

41) ¿Cuál es el promedio de edad de las mujeres?

- A) 16,5
- B) 16,9
- C) 17,3
- D) 18,1

Opción correcta: B

Explicación:

Así las cosas, la edad promedio de las mujeres se expresa como:

$$\bar{X} = \frac{15 \bullet 1 + 16 \bullet 2 + 17 \bullet 4 + 18 \bullet 3 + 19 \bullet 0}{10}$$

$$\bar{X} = 16,9$$

Se multiplica la edad de cada mujer por la cantidad de mujeres, tal como se muestran con las flechas. Note que: multiplicamos 15 por 1, luego 16 por 2 y así sucesivamente hasta completar todas las edades y cantidad de mujeres. Luego se divide lo de arriba por 10 que es el total de mujeres.

42) Considere las siguientes proposiciones:

- I. **La edad, más común, de estos atletas varones es de 18 años.**
- II. **El atleta con menor edad que ha ganado una medalla es una mujer.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

Explicación:

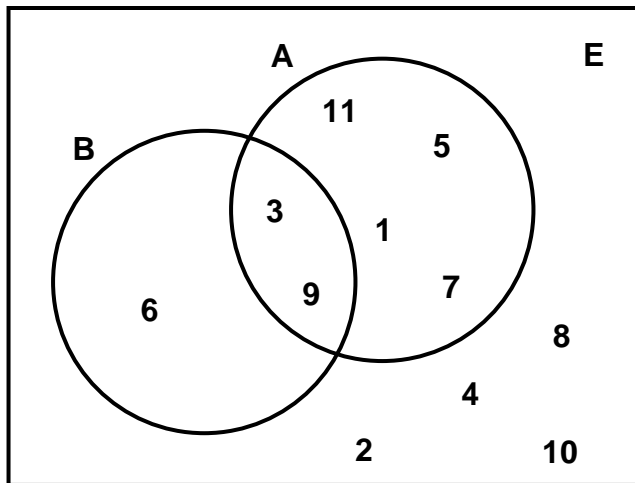
- I. Note que existen 5 hombres con una edad de 18 años. Por lo tanto, es verdadera.
- II. La menor edad de un atleta según el cuadro es 15 años y corresponde a una mujer, por lo tanto, es verdadera.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 43, 44 y 45:

Sea el espacio muestral E dado por $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$, el cual corresponde a los puntos muestrales de un experimento aleatorio y para él se definen los siguientes eventos:

- A: los números impares
- B: los números múltiplos de 3

Además, la relación entre los dos eventos se representa en el siguiente diagrama:



43) Si se elige al azar un número de E entonces, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número impar y múltiplo de 3?

- A) $\frac{2}{7}$
- B) $\frac{4}{7}$
- C) $\frac{2}{11}$
- D) $\frac{7}{11}$

Opción correcta: C

Explicación:

Observe que la región en común de ambas circunferencias contiene los números que son simultáneamente impares y múltiplos de 3 (3 y 9) de un total de 11 números. Recalcando: hay 11 números en total y hay dos (3 y 9) que cumplen con la descripción, por lo tanto la probabilidad es $\frac{2}{11}$.

44) Si se elige al azar un número de E entonces, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número múltiplo de 3 o que sea un número impar?

A) $\frac{4}{11}$

B) $\frac{5}{11}$

C) $\frac{7}{11}$

D) $\frac{11}{11}$

Opción correcta: C

Explicación:

Lo solicitado son los números que se ubican entre ambos diagramas circulares (incluido la región en común: 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11) que son 7 números de un total de 11, por lo tanto, la probabilidad solicitada es $\frac{7}{11}$.

45) Si se elige al azar un número de E entonces, ¿cuál es la probabilidad de que ese número no corresponda a un número impar?

A) $\frac{1}{7}$

B) $\frac{6}{7}$

C) $\frac{5}{11}$

D) $\frac{1}{11}$

Opción correcta: C

Explicación:

Si no corresponde a un número impar entonces si corresponde a un número par. Por tanto se cuenta la cantidad de números pares (son cinco: 2, 4, 6, 8, 10). Es decir, cinco de once. Entonces, la probabilidad es $\frac{5}{11}$.

- 46) En un jardín de niños hay 3 balones: uno rojo, uno azul y uno blanco. Al momento de los juegos se elige uno de esos balones al azar.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de que no se elija el balón azul, es igual que la probabilidad del complemento del evento “elegir el balón azul”.
- II. La probabilidad de elegir un balón rojo o blanco, es igual a la probabilidad de elegir un balón rojo, más la probabilidad de elegir un balón blanco.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

Explicación:

- I. La probabilidad de que no se elija el balón azul es $\frac{2}{3}$ (dos de tres). Pues, la probabilidad de elegir el balón azul es $\frac{1}{3}$ (uno de tres). La probabilidad del complemento de elegir un balón azul es (la opción de tomar cualquier balón menos el azul) $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (estudie los casos de probabilidad uno y cero, le ayudarán a entender este ejercicio).

Por lo tanto, ambas proposiciones son iguales. La proposición I es verdadera.

- II. La probabilidad de elegir un balón rojo o blanco es $\frac{2}{3}$. La probabilidad de elegir un balón rojo es $\frac{1}{3}$ (uno de tres) y la probabilidad de elegir un balón blanco es $\frac{1}{3}$ (uno de tres). Por lo tanto, la suma es $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. La proposición II es correcta.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 47 y 48:

- 47) Considere un dado de 6 caras, de modo que, cada una de ellas tiene impreso un número del uno al seis (no se repite ningún número) y donde todas las caras tienen la misma probabilidad de obtenerse.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Al lanzar una vez ese dado, la probabilidad de obtener un número menor que seis, es igual que la probabilidad del complemento del evento “obtener el número seis”.**
- II. Al lanzar una vez ese dado, la probabilidad de obtener un número par mayor que tres, es igual que la probabilidad de obtener el cuatro, más la probabilidad de obtener el seis.**

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: A

Explicación:

- I. La probabilidad del evento obtener un número menor que seis es $\frac{5}{6}$ (note que solo cuenta el 5, 4, 3, 2, y el 1, el 6 no porque se pide que sean menor que 6). El evento obtener el número seis tiene como probabilidad $\frac{1}{6}$.

El complemento del evento anterior es $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Por lo tanto, la proposición I es verdadera.

- II. La probabilidad de obtener un número par mayor que tres es $\frac{2}{6}$ (los pares mayores que tres son 4 y 6; el 5 no porque es impar). La probabilidad de obtener el cuatro es $\frac{1}{6}$ (uno de seis) la probabilidad de obtener el seis es $\frac{1}{6}$ (uno de seis). Sumando las probabilidades: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$. Por lo tanto, es verdadera.

48) Si se lanza el dado una vez, entonces, ¿cuál es la probabilidad de obtener un cuatro o un cinco?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{2}{6}$

C) $\frac{4}{6}$

D) $\frac{5}{6}$

Opción correcta: B

Explicación:

La probabilidad de obtener un cuatro al lanzar el dado una vez es $\frac{1}{6}$ (uno de seis).

La probabilidad de obtener un 5 es también $\frac{1}{6}$ (uno de seis).

Al ser eventos mutuamente excluyentes, es decir, si se da uno no se da el otro y viceversa (si obtengo un cinco ya no puedo obtener un seis y viceversa), la probabilidad en este tipo de casos se calcula sumando las probabilidades de cada

evento, así: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$.

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 49 y 50:

En un grupo de un colegio vocacional hay 12 hombres y 17 mujeres. Cinco hombres eligieron la especialidad de informática y los demás mecánica automotriz; mientras que ocho mujeres eligieron la especialidad de mecánica automotriz y las demás informática.

49) Si se elige del grupo una persona al azar, entonces, la probabilidad de que sea una mujer de informática u hombre de mecánica automotriz, corresponde a

A) $\frac{13}{29}$

B) $\frac{14}{29}$

C) $\frac{15}{29}$

D) $\frac{16}{29}$

Opción correcta: D

Explicación:

La recomendación en este tipo de ejercicio es realizar una tabla como la siguiente que resuma la información:

| Sexo | Informática | Mecánica Automotriz | Total |
|----------------|--------------------|----------------------------|--------------|
| Hombres | 5 | 7 | 12 |
| Mujeres | 9 | 8 | 17 |
| Total | 14 | 15 | 29 |

La probabilidad de que sea una mujer de informática es $\frac{9}{29}$ (hay 9 mujeres de informática del total (29 personas)). La probabilidad de que sea un hombre de mecánica automotriz es $\frac{7}{29}$ (hay 7 hombres de mecánica de un total de 29 personas). Por lo tanto, la probabilidad de que sean ambos eventos es:

$$\frac{9}{29} + \frac{7}{29} = \frac{16}{29}$$

Nota:

Observe que la población total es de 29 personas (hombres y mujeres, indistintamente de la profesión elegida).

50) Con base en el contexto dado, considere las siguientes proposiciones referidas a elegir una persona al azar del grupo:

- I. La probabilidad del evento “elegir un hombre o una mujer” es cero.
- II. La probabilidad del evento “elegir una mujer de mecánica automotriz o de informática” es uno.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Opción correcta: B

Explicación:

- I. La probabilidad de elegir un hombre o una mujer es la suma del total de hombres y mujeres entre el total de la población, por lo tanto, la probabilidad es $\frac{29}{29}$ (note que esto da uno). La proposición I es falsa.
- II. La probabilidad de elegir una mujer de mecánica automotriz del total del grupo es $\frac{8}{29}$ (8 de 29, nunca uno). La probabilidad de elegir una mujer de informática es $\frac{9}{29}$ (9 de 29, nunca uno) y la probabilidad de los dos eventos anteriores es $\frac{8}{29} + \frac{9}{29} = \frac{17}{29}$ (de nuevo no puede ser uno). La proposición II es falsa.