



## TERCER EXAMEN PARCIAL

### CÁLCULO

31 de agosto de 2016

#### **INSTRUCCIONES GENERALES:**

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado, este no se calificará.**
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica.
- La prueba debe resolverse individualmente.
- **Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto debe escribir en su cuaderno de examen todo el procedimiento que justifique su respuesta.**
- La prueba consta de 45 puntos.
- **El tiempo máximo disponible para resolver la prueba es de tres horas.**

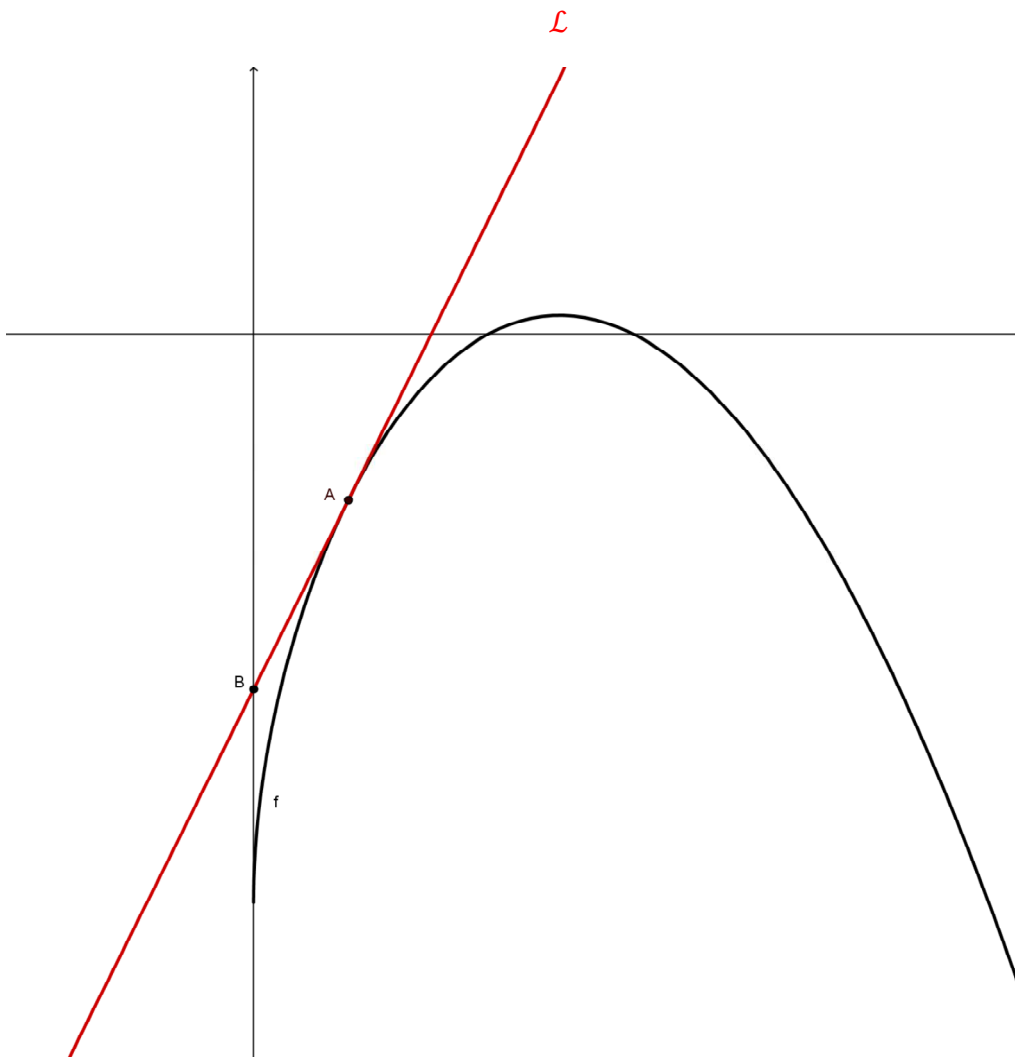
1. Sea  $F$  una función, tal que  $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{1+t^4} dt$ ,  $x \geq 1$ . Con base en la información:

(2, 3 puntos respectivamente)

(a) Calcule  $F(1)$

(b) Verifique que  $F'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}$

2. Considere los puntos  $A = \left(\frac{1}{4}, \frac{-7}{16}\right)$ ,  $B = \left(0, \frac{-15}{16}\right)$  y la función  $f$ , cuya gráfica es tangente a la recta  $\mathcal{L}$  en  $A$  y  $f''(x) = \frac{-1}{2}x^{\frac{-3}{2}} - 2$ .



Con base en la información determine  $f(x)$ .

(8 puntos)

3. Si  $p$  es una constante, tal que  $p > 1$ , considere las parábolas definidas por  $y^2 = 2px$  y  $x^2 = 2py$ : (3 y 6 puntos respectivamente)

(a) Represente la región comprendida entre las parábolas.

(b) Demuestre que el área de la región comprendida entre las parábolas es  $\frac{4p^2}{3}$

4. Utilice sumas de Riemann para calcular  $\int_1^3 (2 + x^2) dx$  (7 puntos)

5. Calcule las siguientes integrales: (5, 5 y 6 puntos respectivamente)

(a)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+4\sqrt{x})} dx$

(b)  $\int x^{-2} \sin\left(\frac{1}{x} + \pi\right) \cos^2\left(\frac{1}{x} + \pi\right) dx$

(c)  $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x+3}} dx$