



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA



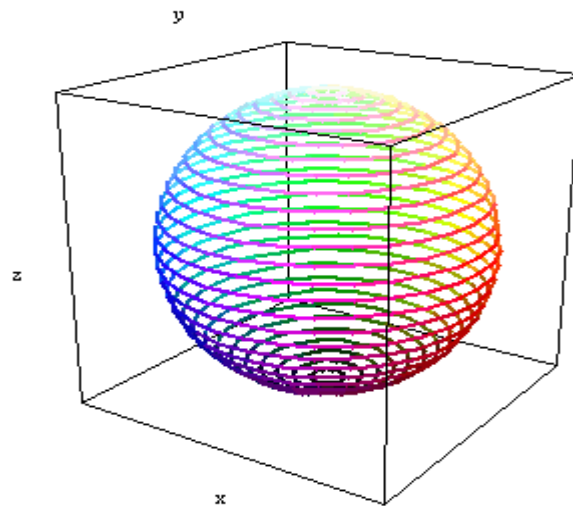
EMat Escuela de
Matemática

PRECÁLCULO
-Décimo Año-

III EXAMEN PARCIAL 2017

Nombre: _____ Código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 30 de setiembre del 2017

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de Selección Única (21 puntos), la segunda es de Respuesta Breve (7 puntos) y la tercera parte de Desarrollo (18 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de respuesta breve, debe contestar en el espacio** a la par de cada pregunta.
8. En esta prueba se asumen los logaritmos bien definidos.
9. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente tinta indeleble.
10. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
11. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
12. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 21 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ con $f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$. Si $f(-2) > f(3)$ entonces, a puede ser

A) $\frac{1}{3}$

B) 3

C) $-\frac{1}{3}$

D) -3

2. La gráfica de la función f , definida en su dominio máximo, tal que

$$f(x) = \log(-x - 2) - 1 \quad \text{es asintótica a la recta de ecuación}$$

A) $x = 2$

B) $y = -1$

C) $x = -2$

D) $y = -2$

3. El dominio máximo de una función con criterio $f(x) = \frac{\log(x^2)}{e^{-x+1}}$ corresponde a

A) \mathbb{R}

B) $\mathbb{R} - \{0\}$

C) $]0, +\infty[$

D) $] -\infty, 1] - \{0\}$

4. Considere las siguientes afirmaciones sobre la función f , definida en su dominio máximo, tal que $f(x) = -e^x$,

- I. El ámbito es $]-\infty, 0[$.
- II. Interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0,1)$.

De las anteriores proposiciones se cumplen con certeza

- A) solamente la II.
- B) solamente la I.
- C) ninguna.
- D) ambas.

5. El valor de la expresión $\log(\log 10^{10})$ corresponde a

- A) 0
- B) 1
- C) 10
- D) 100

6. Si f es una función biyectiva con $f(x) = 5^{2x}$ entonces $f^{-1}(x)$ es igual a

- A) $\log_5(\sqrt{x})$
- B) $2 \log_5(x)$
- C) $5 \log_2(x)$
- D) $5 \log_2(\sqrt{x})$

7. La expresión $\log_a 1 + \log_b b^n + \log_c \frac{1}{c^n}$, con $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ es equivalente a

- (A) 0
- (B) $b^n - c^n$
- (C) $\log_{abc} \frac{b^n}{c^n}$
- (D) $\log_{bc}(b^n - c^n)$

8. Considere las siguientes expresiones con $x > 0, y > 0$

I. $b^{\log_b(x)} \cdot b^{2\log_b(y)} = b^{\log_b 1}$

II. $\log_b(x) + \log_b(y)^2 = 0$

III. $x \cdot y^2 = 1$

¿Cuáles son equivalentes entre sí?

A) Solamente II y III.

B) Solamente I y III.

C) Solamente I y II.

D) I, II y III.

9. La expresión $\log\left(\frac{a^2 b^3}{\sqrt{ac}}\right)^{-2}$, es igual a

A) $5\log a + 2\log b + 6\log c$

B) $3\log a - 2\log b - \frac{1}{2}\log c$

C) $5\log a + 2\log b - 6\log c$

D) $-3\log a + 2\log c - 6\log b$

10. Una expresión equivalente a $\log\frac{(x+3)^3}{x(x-1)}$, es igual a

A) $3\log(x+3) - \log(x-1) + \log(x)$

B) $\log 3(x+3) - \log(x) - \log(x-1)$

C) $3\log(x+3) - \log(x-1) - \log(x)$

D) $3\log(x+3) - \log(x) + \log(x-1)$

11. Si $\log 2 \approx 0,3010$, $\log 3 \approx 0,4771$ y $\log 5 \approx 0,698$, entonces el valor de $\log 120$ corresponde a
- A) 0,6927
B) 1,4761
C) 1,7771
D) 2,0781
12. Una colonia particular de bacterias duplica su población cada 20 horas. Un científico haciendo un experimento empieza con 100 células de bacteria. Él espera que el número de células sea dado por la fórmula $c = 100(2)^{\frac{t}{20}}$, donde t es el número de horas después del inicio del experimento.
- ¿Después de cuántas horas aproximadamente puede esperar el científico tener 400 bacterias?
- A) 20
B) 40
C) 80
D) $100(2)^{20}$
13. El conjunto solución de $\sqrt[3]{3^{x+1}} = 81$ es igual a
- A) \emptyset
B) 3
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{-1}{3}$
14. El conjunto solución de la ecuación $8^{x^2-1} = 0,25$ corresponde a
- A) \emptyset
B) $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
C) $\left\{\frac{-1}{3}\right\}$
D) $\left\{\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

15. Si $\frac{\log x}{2} = \frac{2 \log x}{3}$ entonces
- A) $x^3 - x^4 = 0$
- B) $x^3 + x^4 = 0$
- C) $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} = 0$
- D) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = 0$
16. Si el radio de la circunferencia inscrita a un hexágono mide $2\sqrt{3} \text{ cm}$, entonces la longitud de la circunferencia circunscrita en cm , es igual a
- A) 2π
- B) 4π
- C) 8π
- D) $4\sqrt{3}\pi$
17. En un cono circular recto, la medida de la generatriz es igual a la medida del diámetro del círculo de la base. Si la longitud de la base es igual a $8\pi \text{ cm}$, entonces el volumen del cono en cm^3 , corresponde a
- A) $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$
- B) $\frac{24\sqrt{3}\pi}{3}$
- C) $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$
- D) $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$

18. Si la medida de la diagonal de un cubo es $6\sqrt{2}$ cm, entonces la suma de las aristas del cubo en cm, corresponde a
- A) $6\sqrt{6}$
- B) $12\sqrt{6}$
- C) $24\sqrt{6}$
- D) $48\sqrt{6}$
19. Una esfera está inscrita en un cilindro de 2cm de altura. El área de dicha esfera, en cm^2 es igual a
- A) 2π
- B) 3π
- C) 4π
- D) $\frac{4\pi}{3}$
20. Un prisma de $4\sqrt{3}$ cm de altura, tiene por base un triángulo equilátero cuyo lado mide 9 cm, entonces área total de dicho prisma es igual a
- A) $343\sqrt{3} cm^2$
- B) $351\sqrt{3} cm^2$
- C) $\frac{297\sqrt{3}}{2} cm^2$
- D) $\frac{459\sqrt{3}}{2} cm^2$
21. La base mayor de un trapecio mide 12 cm. Si la altura y la base menor son iguales y su área es $22,5 cm^2$, entonces la medida en cm de la altura corresponde a
- A) 3
- B) 6
- C) 15
- D) 24



TERCER EXAMEN PARCIAL 2017 - SÁBADO 30 de setiembre

Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

PREGUNTA	Puntos obtenidos
RESPUESTA BREVE	
D1	
D2	
D3	
TOTAL	

II PARTE. RESPUESTA BREVE. (7puntos)

Escriba en el espacio delineado la respuesta.

1. La suma de los ángulos internos de un polígono convexo de 25 lados corresponde a

2. Si un ángulo externo de un polígono regular mide 40° , entonces la medida de cada uno de los ángulos internos corresponde a

3. La apotema de un hexágono regular mide 12 cm , entonces su área corresponde a

4. El número de diagonales desde un vértice de un polígono de 14 lados corresponde a

5. Si el radio de un pentágono mide 6 cm , entonces la medida de la apotema corresponde a

6. El área de un triángulo equilátero cuya altura mide 21 cm corresponde a

7. La suma de los ángulos externos de un polígono de 20 lados corresponde a

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 18 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a las respuestas.

1. **(6 puntos)** Considere la función $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \log_2(-x - 1)$

Determine:

- a) El máximo dominio de f 2 puntos
- b) La ecuación de la asíntota vertical 1 punto
- c) La función inversa de f 3 puntos

2. (7 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\log(x) + \log(x - 7) = \log(x + 3) - 10^{\log 2}$$

3. **(5 puntos)** El área total de una pirámide cuadrangular es 48 cm^2 y la altura de cada una de las caras triangulares es igual al lado de la base. Determine el volumen de la pirámide.